

# 縦緩和時間 $T_1$ の新しい計算法

## A New Method for Calculating $T_1$ -Relaxation Time

遠藤真広 (放射線医学総合研究所臨床研究部)

飯沼 武 ( 同 上 )

福田信男 ( 同 上 )

### キーワード

$T_1$ -relaxation time, noise analysis, noise amplification figure

### 要 旨

縦緩和時間  $T_1$  は NMR パラメータのうちで最も重要なものの一つである。本報では、従来の  $T_1$  計算法は簡単な近似にもとづいているため大きな系統誤差をもつ場合があることを計算により示し、従来の方法の限界を明らかにした。また、 $T_1$  の正確な計算法を提案し、新しい方法による計算値の統計誤差を解析した。その結果を用い、 $T_1$  計測の最適パラメータについて考察し、誤差を最小とする使用条件として  $T_a \approx T_1$ ,  $T_r = 4 T_a$  を得た。

### 1 はじめに

縦緩和時間  $T_1$  の値は、軟部組織相互の間<sup>1)</sup>や、正常組織と悪性腫瘍の間<sup>2)</sup>などで非常に異なり、NMR 画像のコントラストを大きくする一つの理由となっている。また、その値自身が正常組織と悪性腫瘍など病変部を区別する重要な指標になりうるものとして注目されている。しかし、従来の計算法<sup>3)</sup>は、簡単な近似にもとづくもので、実際

の測定条件においては、しばしば大きな系統誤差を持つことがある。本報では、最初に従来の計算法の限界を明らかにし、引続いて正確な計算法を提案する。また、この方法による  $T_1$  の計算値の統計誤差を雑音の伝播の解析から明らかにし、 $T_1$  計測のための最適パラメータについて考察する。

### 2 従来の $T_1$ 計算法とその問題点

飽和回復法 (Saturation Recovery—SR)によ

る画像強度を  $I_{SR}$ , 反転回復法 (Inversion Recovery—IR) による画像強度を  $I_{IR}$  としよう. パルス系列のくり返し時間を SR 法, IR 法とも同一の  $T_r$  とし, IR 法の回復時間を  $T_d$  とすると

$$I_{SR} = I_0(1 - e^{-T_r/T_1}) \quad (1)$$

$$I_{IR} = I_0(1 - 2e^{-T_d/T_1} + e^{-T_r/T_1}) \quad (2)$$

が成り立つ<sup>4),5)</sup>. ここで,  $I_0$  はプロトン密度であり, SR 法で  $T_r$  を十分長くとした時の  $I_{SR}$  の値として観測される.

従来  $T_1$  計算法は  $T_r \gg T_1$  と仮定して

$$I_{SR} \approx I_0 \quad (3)$$

$$I_{IR} \approx I_0(1 - 2e^{-T_d/T_1}) \quad (4)$$

を導き, これから得られる

$$T_{1a} = - \frac{T_d}{\ln\left(\frac{I_{SR} - I_{IR}}{2I_{SR}}\right)} \quad (5)$$

で  $T_1$  を近似していた. ところが,  $T_r \gg T_1$  は実際の測定条件では必ずしも成立しないため,  $T_{1a}$  が  $T_1$  の良い近似とならないことも多いと考えられる.

そこで, 実際に  $T_r/T_1$  と  $T_d/T_1$  を変化させた

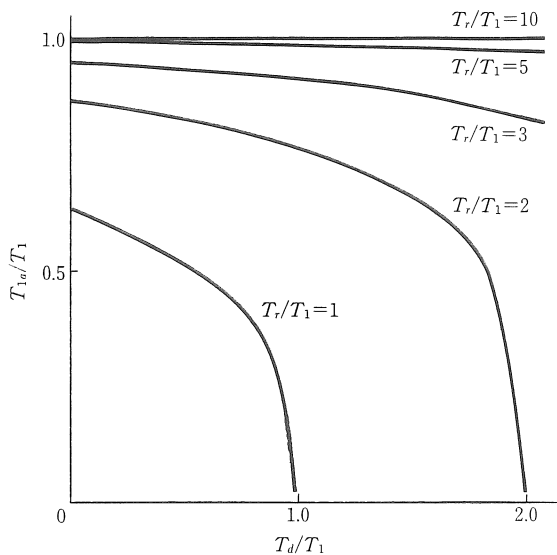


図 1  $T_1$  で正規化した  $T_{1a}$  と  $T_d, T_r$  の関係

とき,  $T_{1a}/T_1$  がどのように変化するかを計算により求めた. 結果を図 1 に示す. 図 1 より, 1) 有限の  $T_r$  に対しては必ず  $T_{1a}/T_1 < 1$  となること, 2)  $T_r/T_1 > 5$  では  $T_{1a}$  は  $T_1$  の良い近似であるが, 3)  $T_r/T_1 < 3$  では  $T_{1a}$  は  $T_1$  と相当に異なってきて, その傾向は  $T_r/T_1$  が小さくなる程, 著しくなることがわかる.

図 2, 図 3 は図 1 に示した関係をもう少し具体的な場合について計算したものである. 図 2 は  $T_1 = 300$  msec の組織を仮定し,  $T_{1a}$  を計算したものである. 図より従来, 使われていた  $T_r = 1000$

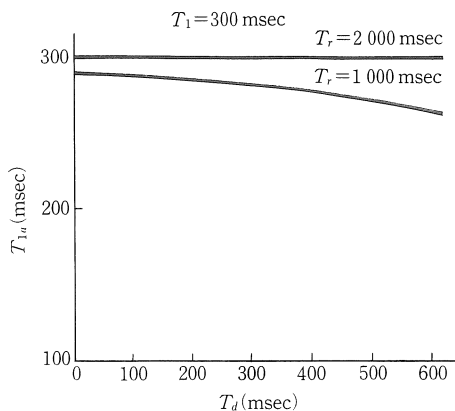


図 2  $T_1 = 300$  msec のときの  $T_{1a}$  と  $T_d, T_r$  の関係

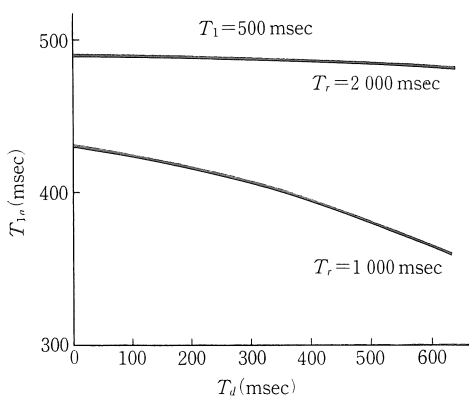


図 3  $T_1 = 500$  msec のときの  $T_{1a}$  と  $T_d, T_r$  の関係

msec では 5~10% 程度の誤差を持つことがわかる。また、図 3 は  $T_1=500$  msec の組織の  $T_{1a}$  を計算したものである。  $T_r=1000$  msec では 20% 前後の誤差を持つことがわかる。いずれの場合も、  $T_r=2000$  msec とすると誤差は著しく減少する。

したがって、臨床上、重要な 300~500 msec の  $T_1$  の値を測定するには、従来使われていた  $T_r=1000$  msec では十分、長いとはいえず、  $T_r=2000$  msec が必要となることがいえる。しかし、これでは計測に要する時間が 2 倍かかることになる。そこで、式 (1), (2) から  $T_1$  の値を厳密に求める方法を考案したので次節で述べる。なお、図 1 から容易にわかるように、従来の計算法で求めた  $T_{1a}$  の値は、  $T_a$ ,  $T_r$  がわかっていれば、正しい  $T_1$  の値に校正できる。この校正法については、付録 1 で述べる。

### 3 $T_1$ の新しい計算法

いま

$$R = \frac{I_{SR} - I_{IR}}{I_{SR}} \quad (6)$$

とおくと、式 (1), (2) より

$$R = \frac{2(e^{-T_a/T_1} - e^{-T_r/T_1})}{1 - e^{-T_r/T_1}} \quad (7)$$

ここで、  $T_r = p \cdot T_a$  ( $p > 1$ )、  $x = T_1/T_a$  とおき

$$\alpha = e^{-T_a/T_1} = e^{-1/x} \quad (8)$$

とおくと、  $T_1 > 0$  に対して  $0 < \alpha < 1$ 、また

$$R = \frac{2(\alpha - \alpha^p)}{1 - \alpha^p} \quad (9)$$

となる。ここで、  $R$  が  $0 < \alpha < 1$  に対して単調に増加することは式 (9) より容易にわかる (付録 2)。  $\alpha$  は  $x \geq 0$  に対して単調増加であるので、  $R$  は  $x = T_1/T_a (\geq 0)$  に対して単調に増加することが結論として得られる。

したがって、  $R$  と  $x$  の関係をあらかじめ表として求めておけば、測定値  $R$  から、  $x$  を経由して  $T_1$  の厳密な値を求めることができる。NMR 映像

装置では、  $T_1$  の値は電子計算機により求められる。電子計算機では、一般に表から値を検索する操作 (テーブルルックアップ) は解析的な式 (5) を計算するよりも高速のことが多いため、この面からも本方法は実際に合ったものといえる。

図 4 は  $x$  と  $R$  の関係をいくつかの  $p$  について示したものである。ここで、  $p = \infty$  は  $T_r = \infty$ 、すなわち式 (5) の  $T_{1a}$  が  $T_1$  に厳密に一致する極限を示す。

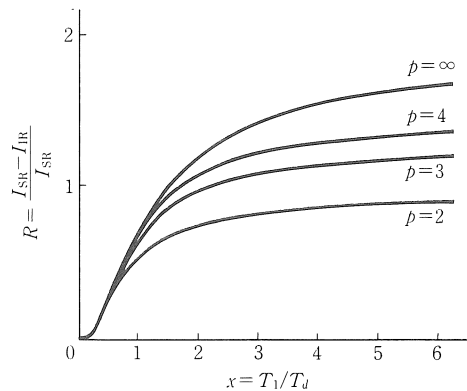


図 4  $x$  と  $R$  の関係。  $p = \infty$  は  $T_r = \infty$  の極限を示す。

### 4 統計誤差の解析

NMR 信号の強度は非常に小さいため、実際の測定にあたっては、種々の原因による雑音の影響を無視できない。  $T_1$  の値を計測する際には、もともとなる SR 画像と IR 画像で観測される雑音が計算を通じて  $T_1$  の統計誤差としてあらわれてくる。この節では、3 節の方法による  $T_1$  の計算値の誤差を雑音の伝播にもとづいて解析する。ここで、2 節で述べた  $T_1$  の誤差は近似による系統誤差であり、この節で解析する偶然誤差とは全く別のものであることを注意しておく。

誤差の伝播を解析するには、式 (8), (9) を微分し  $dR/dx$  を求め、一方、式 (6) を用いて  $dR$

を  $I_{SR}$  や  $I_{IR}$  を観測する際の雑音であらわし、両者を結びつければよい（詳細は付録 2 参照）。 $I_{SR}$  と  $I_{IR}$  を観測する際の雑音が信号の種類や強度によらず一定値  $\Delta I$  を持つと仮定し<sup>6)</sup>、雑音増幅指数 (noise amplification figure) NAF を  $T_1$  の相対誤差と  $|\Delta I/I_0|$  の比、

$$NAF = \frac{|\Delta T_1/T_1|}{|\Delta I/I_0|} \quad (10)$$

で定義すると、付録 2 に示すように

$$NAF = \frac{\sqrt{(1-\alpha^p)^2 + (1-2\alpha + \alpha^p)^2}}{2\alpha\{1-p\alpha^{p-1} + (p-1)\alpha^p\}} \cdot x \quad (11)$$

となる。ここで、NAF は測定系に不可避的に含まれる雑音  $\Delta I/I_0$  が計算の過程でどのように増幅されるかを示すもので、この値が小さく 1 に近いほどよい。

NAF をいくつかの  $p$  について、 $x$  の関数として求めたものを図 5 に示す。この図から、 $T_1$  を求める際の  $T_a$  や  $T_r$  の最適値について考察しよう。図に示すごとく、NAF の値は  $x = T_1/T_a = 1$  の近くで最小となる。したがって、 $T_a$  の値は測定したい  $T_1$  の値と同じ位に取るのが良いことがわかる。

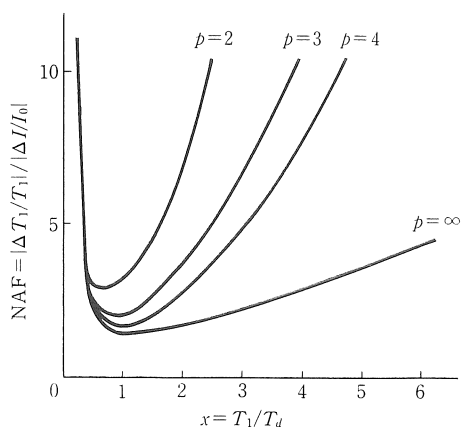


図 5  $x$  と雑音増幅指数 (NAF) の関係

$x=1$  における NAF の値をいくつかの  $p$  について示したものを表 1 に示す。NAF は  $p$  が大き

いほど小さくなるが、一方、 $p$  が大きいほど  $T_r$  は大きくなり測定時間が余分にかかることになる。一般に、NMR 信号に含まれる雑音は測定をくり返し平均すると、測定回数の平方根に逆比例して小さくなることはいえる<sup>6)</sup>。総測定時間を一定とすると、測定回数は 1 回の測定時間に逆比例するから、雑音の大きさは 1 回の測定時間  $T_r$  の平方根に比例する。したがって、信号を加算平均するものと考えれば、NAF に  $\sqrt{p}$  を乗じたもので誤差の大きさを評価できる。表 1 の右側の欄は  $x=1$  における NAF と  $\sqrt{p}$  の積の値を示したものである。表より  $p=4$  のとき、 $NAF \times \sqrt{p}$  の値は最小となり、最適の  $T_r$  は  $T_a$  の 4 倍であることがいえる。

表 1  $x=1$  のときの NAF 及び  $NAF \times \sqrt{p}$  の値

$p$	NAF	$NAF \times \sqrt{p}$
2	3.23	4.57
3	1.96	3.39
4	1.62	3.24
5	1.50	3.35
$\infty$	1.40	$\infty$

## 5 結 論

従来の方で求められる  $T_1$  の値には、実際の使用条件においては大きな系統誤差が含まれる場合があることを示し、系統誤差の入らない方法を提案した。また、この方法の統計誤差を雑音の伝播により解析し、誤差を最小にする使用条件として、 $T_a \approx T_1$ 、 $T_r = 4 T_a$  を得た。今後はこの結果を実験的に確認し、臨床に役立てたい。

### [付録 1] $T_{1a}$ の $T_1$ への較正

本文式 (1), (2), (5) または本文図 1 を使って、 $T_r$ 、 $T_a$  を与えたときの  $T_{1a}$  と  $T_1$  の関係を求めることができる。従来良く使われていた  $T_r = 1000 \text{ msec}$  の場合の  $T_{1a}$  と  $T_1$  の関係を図 6 に示す。従来の計測値  $T_{1a}$  はこのグラフより真の  $T_1$

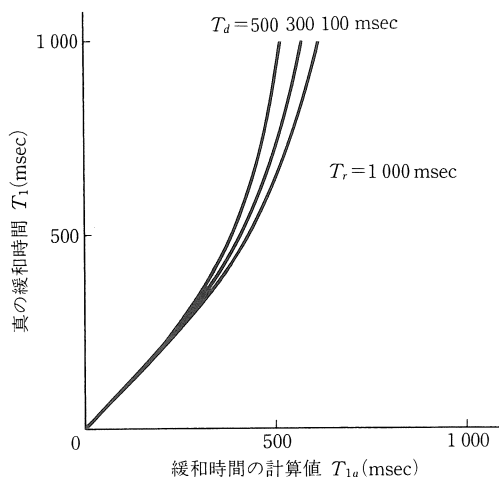


図 6  $T_{1a}$  と  $T_1$  の関係

に較正できる。

**[付録 2]  $R$  が  $x$  に対して単調増加することの証明及び NAF の式の導出**

本文中の  $R$  を  $x$  で微分すると

$$\frac{dR}{dx} = \frac{dR}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dx} \tag{A1}$$

ここで、本文式 (9) を微分して

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\alpha} &= 2 \cdot \frac{1 - p\alpha^{p-1} + (p-1)\alpha^p}{(1-\alpha^p)^2} \\ &= \frac{2(1-\alpha)^2 \{1 + 2\alpha + \dots + (p-1)\alpha^{p-2}\}}{(1-\alpha^p)^2} \end{aligned} \tag{A2}$$

本文式 (8) を微分して

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\alpha}{x^2} \tag{A3}$$

$0 < \alpha < 1$  及び  $x > 0$  だから、 $dR/d\alpha > 0$ ,  $d\alpha/dx > 0$ 。したがって、 $R$  は  $\alpha$  の単調増加関数となる。

次に本文式 (6) より  $R$  の誤差  $\Delta R$  を  $I_{SR}$  と  $I_{IR}$  の誤差  $\Delta I_{SR}$ ,  $\Delta I_{IR}$  であらわすと

$$(\Delta R)^2 = \left( \frac{\partial R}{\partial I_{SR}} \right)^2 (\Delta I_{SR})^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial I_{IR}} \right)^2 (\Delta I_{IR})^2 \tag{A4}$$

ここで、 $\Delta I_{SR}$ ,  $\Delta I_{IR}$  が信号の種類と強度によらな

い一定値  $\Delta I$  になると仮定すると<sup>6)</sup>

$$(\Delta R)^2 = \left\{ \left( \frac{I_{IR}}{I_{SR}^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{I_{SR}} \right)^2 \right\} (\Delta I)^2 \tag{A5}$$

本文中の式 (1), (2) より

$$I_{SR} = I_0(1 - \alpha^p) \tag{A6}$$

$$I_{IR} = I_0(1 - 2\alpha + \alpha^p) \tag{A7}$$

(A1) に (A2), (A3) を代入し、また (A5) に (A6), (A7) を代入し、 $\Delta R = (dR/dx) \cdot \Delta x$  を用いて  $\Delta R$  と  $dR/dx$  を組合せると、

$$\begin{aligned} &\sqrt{(1-\alpha^p)^2 + (1-2\alpha + \alpha^p)^2} \left| \frac{\Delta I}{I_0} \right| \\ &= 2\{1 - p\alpha^{p-1} + (p-1)\alpha^p\} \frac{\alpha}{x} \left| \frac{\Delta x}{x} \right| \end{aligned} \tag{A8}$$

$|\Delta T_1/T_1| = |\Delta x/x|$  を (A8) に代入すると

$$\begin{aligned} \text{NAF} &= \frac{\left| \frac{\Delta T_1}{T_1} \right|}{\left| \frac{\Delta I}{I_0} \right|} \\ &= \frac{\sqrt{(1-\alpha^p)^2 + (1-2\alpha + \alpha^p)^2}}{2\alpha\{1 - p\alpha^{p-1} + (p-1)\alpha^p\}} \end{aligned} \tag{A9}$$

謝 辞

稿を終わるにあたり、日頃御指導いただく放射線医学総合研究所臨床研究部長舘野之男博士に深く感謝致します。また、この研究を遂行するにあたっては、同研究所臨床第 3 研究室池平博夫氏及び旭化成、旭メディカルの NMR グループの諸氏の御協力を得ました。ここに感謝致します。なお、本研究の一部は厚生省がん研究助成金舘野班；文部省科研費総合研究松澤班の援助を受けた。

参考文献

- 1) C. R. Ling, M. A. Foster and J. M. S. Hutchison: Phys. Med. Biol. 25: 748-751 (1980).
- 2) R. Damadian: Science 171: 1151-1153 (1971).
- 3) W. A. Edelstein, J. M. S. Hutchison, G. Johnson

- et al.: Phys. Med. Biol. **25**: 751-756 (1980).      ディカル **15**: 200-203 (1983).
- 4) I. R. Young, D. R. Bailes, M. Burl et al.: J.      6) W. A. Edelstein, P. A. Bottomley, H. R. Hart et  
Comput. Assist. Tomo. **6**: 1-18 (1982).      al.: J. Comput. Assist. Tomo. **7**: 391-401(1983).
- 5) 飯沼 武, 館野之男, 遠藤真広他: 映像情報メ