

医療機器埋め込み患者の MR 安全性評価に必要な電磁気学の基礎

黒田 輝

東海大学大学院工学研究科電気電子工学専攻

はじめに

条件付き MR 対応ペースメーカーが 2012 年に医薬品医療機器等法で承認されてから 4 年余りの時が過ぎた¹⁾。この間、心臓デバイスはもとより、脳深部刺激装置、脊髄刺激装置、人工内耳などの能動的医療機器やステントをはじめとした多くの受動的医療機器と、それらの埋め込み患者の MR 安全性がかつてない頻度と活発さで議論されてきた。このような MR 安全性の評価は、機器と MR の電磁的相互作用が複雑な上、目視できるものが限られていることから、一般に極めて難しい。このことは ISO (International Organization for Standardization)²⁾、IEC (International Electrotechnical Commission)³⁾、ならびに ASTM (American Society for Testing and Materials)^{4)~6)}の規格・仕様における記述内容の膨大さからも窺い知ることができる。またこのような相互作用の理解には物理学、特に電磁気学の知識が不可欠であるが、この電磁気学が難しい専門科目であると言われている⁷⁾。機器との相互作用を考えなくとも、MR は電磁気学の知識の集大成に見えるほど様々な電磁現象を用いている。しかしながら、MR の利用者は必ずしも電磁気学を知っているわけではないため、上述のような規格・仕様内容の理解に苦勞することになる。

そこで本稿では、医療機器埋め込み患者の

MR 安全性を考える上で必要と思われる電磁気学の基礎事項の整理を試みる。精緻で深遠な電磁気学について、限られた知識と紙面で語りつくすことなどは到底できないが、MR 安全性を物理学的観点から考えるにあたって最低限必要と思われる電磁気学の要点をまとめ、MR で用いる電磁界と埋め込み機器との相互作用の原理を解説する。本格的かつ実用的な(工学的な)電磁気学を学ぶために良いと筆者が思う教科書は参考文献^{8)~10)}として挙げさせて頂くので、適宜ご参照されたい。

医療機器と MRI の相互作用

医療機器と MRI の相互作用の範囲は、ISO の技術仕様である TS-10974 の内容構成²⁾に基づいて、Table 1 のようにまとめられる。これらの内、RF 磁界による発熱⁶⁾、静磁界による力⁴⁾、静磁界によるトルク⁵⁾、画像アーチファクト¹¹⁾、ならびにマーキング¹²⁾については対応する ASRM 規格が参照されている。中でも特に、発熱、力、トルクは受動的な体内医療機器においても評価が不可欠な基本的項目であるとともに、電磁気学を必要とする度合いが強い。そこで本稿では、これらの項目の試験・評価方法の理解を目標として論を展開する。

Table 1. Interactions between medical device and MRI, and their relating regulations

Item	ISO/TS 10974	ASTM
Heating	Protection from harm to the patient caused by RF induced heating (Section 10)	F2182-11a
	Protection from harm to the patient caused by gradient induced device heating (11)	—
Vibration	Protection from harm to the patient caused by gradient induced vibration (12)	—
Force	Protection from harm to the patient caused by B0 induced force (13)	F2052-14
Torque	Protection from harm the patient caused by B0 induced torque (14)	F2213-06 (Reapproved 2011)
Artifact	Protection from harm to the patient caused by image artifact (15)	F2119-07
Extrinsic electric potential	Protection from harm to the patient caused by gradient induced extrinsic electric potential (16)	—
Rectification	Protection from harm to the patient caused by RF rectification (17)	—
Malfunction	Protection from harm to the patient caused by B0 induced malfunction (18)	—
	Protection from harm to the patient caused by RF induced malfunction (19)	—
	Protection from harm to the patient caused by gradient induced malfunction (20)	—
Combined test	Combined fields test (21)	—
Marking	Markings and accompanying documentation (22)	F2503-08

電磁気学の成り立ち

1. 場の理論

電磁気学は「場」(“field”)の理論である。「場」とは、空間の各点ごとにある物理量が与えられているときの、その分布全体を指し、電磁場以外にも重力場、速度の場などがある。「場」を「界」と表現することも多く、我々MRの研究者も磁場と言ったり、磁界と言ったりするが、両者は同一の概念であり、本質的には区別の必要がない。“field”という語は「畑」という意味もあるから、Fig. 1に示すようにwheat field (麦畑)のようにベクトルが広がっているのが「場」・「界」と言えば、感覚

が掴みやすいかもしれない。本稿では、これ以降「界」という語に統一する。

2. 前提条件^{8)~10)}

電磁気学は、広く量子論の範囲を含みうる学問であるが、ここでは古典論の範囲に限定する。電磁気学の目的は一般に電界・磁界の時空間にわたる挙動や分布の解析である。そのような解析の際、電磁界を含む媒質に対して線形性・等方性・均質性・非分散性という4つの前提条件を設ける。線形性とは、媒質の電磁気定数が電磁界の強度に依存しないことを表す。同様に、等方性とは媒質の電磁気定数が方向に依存しないことを、均質性とは媒質の電磁気定数が空間位置に依存しないことを表す。非分散

2016年7月5日受理 2016年7月12日改訂

別刷請求先 〒259-1292 神奈川県平塚市北金目4-1-1 東海大学大学院工学研究科電気電子工学専攻 黒田 輝

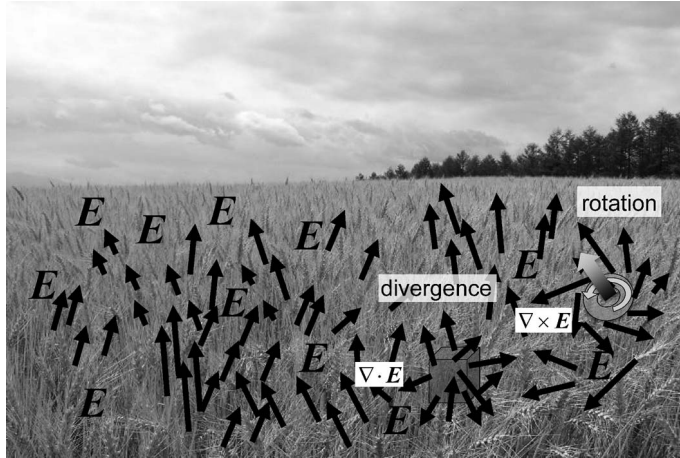


Fig. 1. Concept of a vector field, its divergence, and rotation superimposed on a picture (source of reference unknown) of a wheat field. In this figure, electric vector field E is shown as an example.

性とは媒質の電磁気定数が電磁界の周波数に依存しないことを意味する。

このような前提があるため、人体のような複雑な媒質における、有限差分時間領域法¹³⁾や有限要素法¹³⁾を利用した電磁界の数値解析においては、等方性ならびに均一性が成立するぐらいの体積に媒質を小さく分割するとともに、線形性および非分散性が成立するものと仮定する。計算機科学が発達した昨今では、非線形性や分散性を考慮した解析も可能にはなっているが、実測結果との乖離が大きくないのであれば、むしろ単純化された解析の方が望ましい。

3. 古典論的電磁気学の枠組み^{8)~10)}

電磁気学は、電磁界の時間的変化がないところから、徐々に時間的変化の概念を導入していくことによって、体系化されている。そのおおまかな構成を Table 2 に示す。何も動くもの(時間的な変化)がない状態において、電荷(原子核や電子のような電気を帯びた、無視できるような大きさの粒)の存在をまず仮定し、その電荷の間に働く力をクーロン力とする。単位電荷(電荷量 1 [coulomb])に働くクーロン力として「電界」が定義される。これが静電

界であり、ここから界の理論が始まる。

次に電荷の一定の速度(ベクトル量であり、その大きさである「速さ」と向きを有する)での運動を考えることによって電流が定義される。これが定常(「動き」はあるが、その動きに時間的変化がない)電流界である。電流が流れると磁界ができることが実験的に知られている。電磁気学はこのように実験事実に基づいて構成されており、実験事実の名前がつき、それを表現するのに適当な数学的な式が伴うという形になっている。電流が定常的であれば、磁界は時間的に一定となる。これが静磁界である。

磁界が時間的に変化すると、電界が生じるという現象が電磁誘導である。電界は電荷を動かす作用をもちうるため、このときの電界を起電力と呼ぶこともある。そこに導体の回路があれば、電荷が動かされて電流が生じる。これは発電機の原理でもある。このような磁界の時間的変化が比較的緩慢(目安は数 10 MHz 程度以下)な場合は、準定常電流界と呼ばれる。この場合は、結果として生じる電界の時間的変化も同様に緩慢である。そのため、このような電界の時間的変化によって再び生じる磁界は無視で

Table 2. The Framework of Classic Electromagnetics

Governing equations	Degree of temporal change	Major points	Applications	Mathematical calculus/theorem
Maxwell's equation	Electrostatics (Static electric field)	Coulomb's law for electric charge Gauss's law Electric scalar potential Laplace's equation Poisson's equation	Any device or phenomenon with static electric field such as a copy machine etc.	Vector analyses including ; Addition, Subtraction, Production, Differentiation, Integration, Divergence, Rotation, Gauss's theorem, Stokes' theorem, Green's theorem, and Helmholtz's theorem.
	Steady state current (Static electric current field)	Vector potential Ampere's law Biot-Savart's law	Any device or phenomenon with direct current such as an electric light, an electric heater etc.	
	Magnetostatics (Static magnetic field)	Coulomb's law for magnetic charge Magnetic scalar potential	Any device or phenomenon with magnet such as a motor, an MR scanner etc.	
	Quasi-steady state current field (Slowly changing electric current field)	Faraday's law Lenz's law Electric circuits	Any device or phenomenon with alternative current such as a household electric appliance, a personal computer etc.	
	Non-steady state current field (Electromagnetic wave)	Ampere-Maxwell's law Wave equation Radiation, propagation and diffraction of electromagnetic wave	Any device or phenomenon with electromagnetic wave such as a communication device like a cellular phone or a wireless LAN, a microwave oven, an MR scanner etc.	
Lorentz force equation	Relationship between kinetic and electromagnetic parameters	Dynamics of an electric charge	An accelerator, a cathode ray tube etc.	

きる。

ところがこの磁界の変化が速く、結果として生じる電界の時間的变化、すなわち変位電流に

よって生じる磁界が無視できなくなってくると、電磁界両方の時間的变化が連鎖的に他方を生み出していく。これが電磁波の正体であり、

非定常電流界である．このように，変位電流を定義することによって物理的・数学的の矛盾を解消し，電界と磁界の連鎖的な作用を予想したのがマックスウエルである¹⁴⁾．その後ヘルツならびにヘビサイドらの業績を経て⁷⁾，方程式は現在知られているような数学的に洗練された形になった．これらのことを踏まえた上で，上述のような電磁界の記述を行う支配方程式を，一般的呼称に従って「マックスウエルの方程式」と呼ぶことにする．

ここまでの議論においてクーロン力の存在があったように，電磁量と力学量には関係があるが，これはマックスウエルの方程式には含まれていない．しかるに電界があれば電荷に力が及ぶとともに，もしその電荷が運動していれば，電流が存在することになり，これは磁界からの力を受けることが知られている．このような電磁界による力学的作用がローレンツ力あるいはその式と総称されるものであり，マックスウエルの方程式とともに電磁気学の支配方程式となっている．

電磁気学は，以上のような様々な電磁現象を，マックスウエルの方程式とローレンツ力の式という2つの簡素な支配方程式で記述しており，最も美しい理論体系をもった学問分野の一つと言われる⁸⁾．

4. マックスウエルの方程式と MR で使われる電磁界との関係^{8)~10)}

一般にマックスウエルの方程式は以下のような微分形で記述される．

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに \mathbf{D} は電束密度 (ベクトル)， \mathbf{E} は電界 (ベクトル)， \mathbf{B} は磁束密度 (ベクトル)， \mathbf{H} は磁界 (ベクトル)， \mathbf{J} は電流密度 (ベクトル)， ρ は電荷の空間分布 (スカラー)， ϵ は誘電率 (スカラー)， μ は透磁率 (スカラー) である．電磁気学ではベクトルは斜体・太字で，スカラーは斜体で表現する．ベクトルの大きさは絶対値記号 $|\cdot|$ または細字を使って表す¹．また微分は，ある物理量を構成する変量が一つの場合は d/dt のように，変量が複数ある場合には $\partial/\partial t$ のように偏微分記号 ∂ (丸まった“d”という意味で“round-d”と読む) を用いて表す．上式で現れる ∇ という記号はとりわけ重要である．これはナブラ (nabla)² と呼ばれる，空間に関する偏微分演算子 (ベクトル) で，下のよう

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (7)$$

この微分演算子は，右側にスカラー量あるいはベクトル量を置かれることで作用を発揮する．スカラーを置いた場合は後述するとして，ベクトルを置いた場合の演算には二通りある．まずベクトルを内積の意味で作用させた場合には下の例のようにスカラー量になる．

¹ 正確にはノルム $\|\cdot\|$ の記号を使って表わし，正負の符号を除く意味での絶対値に $|\cdot|$ を用いるべきであるが，後述の IEC, ISO, ASTM などの MRI 関連規格ではそのような区別はしていない．

² atled, del とも呼ばれる．nabla という呼び名はヘブライ人の使っていた nevel という堅琴の形がこの記号に似ていることが由来となっている (Fig. 2 参照)．atled という呼び名は，記号 Δ (delta) の逆ということに由来しているが一般的ではない．英語圏では nabla または del で通用．日本の物理学教育では nabla が一般的．

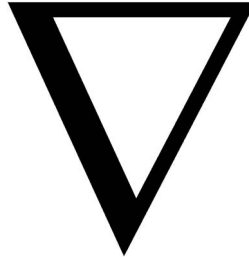


Fig. 2. A picture of the Hebraic harp (source of reference unknown) called “nevel” and a differential operator called “nabla”

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \left(\mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (\mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z) \\ &= \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

この結果は、ある点における、ベクトル界の3つの方向成分の、各方向への微分であるので、ベクトルがその点からどの程度湧き出しているのかを表す。ゆえにこの演算はベクトル界の発散 (divergence) と呼ばれる。この様子を Fig. 1 の中に模式図的に表現した。ベクトル界の中に小さな立方体状の体積を置いてみて、その体積の各面からの正味の湧き出しがあれば、そこでの発散が値を有することになる。

一方、この演算子にベクトルを外積の意味で作用させた場合には、次の例のようにベクトル量になる。

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= \left(\mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (\mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z) \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \mathbf{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \\ &\quad + \mathbf{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \mathbf{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

これはベクトル界の回転 (rotation または curl) と呼ばれる。「回転」はある点においてそのベクトル界にどのぐらい渦巻くような成分が存在するかを大きさに、その渦巻きの法線方向を向きにもつ。法線は回転の向きに右ネジを廻したときのネジの進む向きで定義される。Fig. 1 に示すように、ベクトル界の中に小さな輪を置いてみて、その輪を廻すようなベクトル群があれば、そこでの回転が値を有することになる。

電束密度 \mathbf{D} とは、ある媒質に電界 \mathbf{E} が加わったときにどのぐらいの密度で電気力線が生じるかを表すものである。同じ電界に対して、電束密度が高くなりやすいかどうかを表すのが誘電率 ϵ である。同様に磁束密度 \mathbf{B} とは、あ

る媒質に磁界 H が加わったときに、どのぐらいの密度で磁力線が貫通するかを表すものである。磁束密度が高くなりやすいかどうかを透磁率 μ が支配する。MRI では「静磁界の強さ」を表すのに [T] (テスラ) という単位を使っているが、これは正しくは磁束密度 B のことである点には注意したい。

さて以上の取り決めを知れば、式(1)は電束密度の発散が、その点における電荷密度に比例することを示していることが分かる。電荷密度が高いほど、その周囲には強い電界が生じるという、ガウスの法則を示している。一方、式(2)は磁束密度の発散はあらゆる点においてゼロであることを示す。Fig. 3 に示すように、磁界は必ず N 極と S 極という双極が存在し、単極では存在しえないため、磁束は必ず閉じた曲線を成すことを示す。式(3)は磁束密度が変化すると、その変化を妨げる向きの磁界を生じる

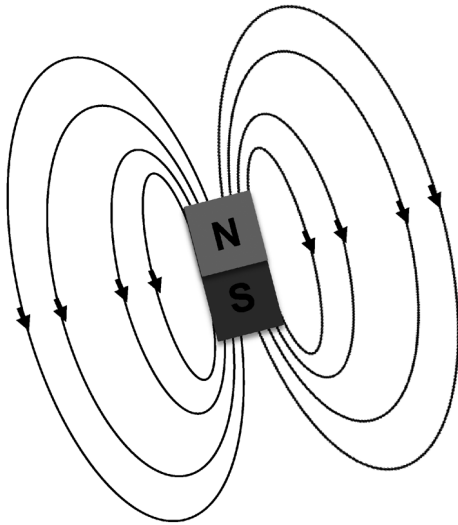


Fig. 3. Magnetic flux vector has no divergence as it always becomes closed due to the inherent bipolar property of magnetism

ような、電界が生じることを表す。これはファラデーの（電磁誘導の）法則である。「妨げる向き」という意味で右辺には負号が付されており、この部分はレンツの規則と呼ばれる。式(4)は、電流が流れるか、または電束密度の時間的変化があれば磁界が生じることを示しているとともに、電束密度の時間的変化が電流と類似することも示している。このことから、電束密度の時間変化は変位電流と呼ばれる。導体内を流れる電流のみに着目した場合をアンペアの法則と呼ぶが、変位電流を含めた場合には、アンペア-マックスウエルの法則と呼ぶ。

これらの関係をまとめた式(1)～(6)は、 E と B に関する連立微分方程式になっている³。このため変数分離をすれば解けることになるが、そのことが上述の時間変化の程度に応じた体系と対応する。

電荷の運動ならびに電磁界の時間的変化がない場合には、式(3), (4)において

$$-\frac{\partial B}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

かつ

$$\frac{\partial D}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

である。式(10)と(3)から、直ちに

$$\nabla \times E = 0 \dots\dots\dots (12)$$

を得る。一般に回転がゼロとなるベクトルは、勾配がそのベクトルになるようなスカラー量で決定される^{8)~10)}。スカラー量の勾配は、各空間の方向の微係数を成分にもつベクトルとして定義されるため、先述の微分演算子を使って表すことができる。すなわち式(12)が成り立てば

³ E, D ならびに H, B からどの組み合わせで方程式を記述するかについてはいくつかの流儀があり、いまだに議論が絶えないが、ここでは比較的広く用いられ、初学者に分かりやすいと言われる、 DH 表示(7)を使うこととする。

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi = -grad\phi \dots\dots\dots (13)$$

となるようなスカラー量 ϕ が存在する。ここに記号 *grad* は勾配を意味する。式(13)および式(5)の関係を式(1)に代入すると

$$\nabla(\varepsilon \nabla \cdot \phi) = -\rho \dots\dots\dots (14)$$

とできる。ここで現れた ϕ は、その勾配が電界になる量、すなわち電位である。電位はスカラーポテンシャルとも呼ばれる。誘電率が空間座標に依存しなければ次式が成り立つ。

$$\nabla^2\phi = \Delta\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \dots\dots\dots (15)$$

ここに記号 Δ は ∇ による (内積の意味の) 2 回微分を表し、ラプラシアンと呼ばれる。また式(15)はポアソンの方程式と呼ばれ、特に右辺がゼロのときはラプラスの方程式と言われる。式(15)は一つのスカラーポテンシャルに関する方程式であるから、比較的容易に解ける。得られたポテンシャルを式(13)に代入すれば、電界ベクトルが得られる。このように、電磁界の時間的変化がない場合には、スカラーポテンシャルを使った解析を行うことができる。スカラーポテンシャルでは微分方程式の未知数が1つだけになるため、未知数が3つとなる電界ベクトルに関する微分方程式を解くよりも計算が格段に簡単になる。

次に式(11)および(6)の関係を使うと式(4)より定常電流界に関する式が得られる。

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J} \dots\dots\dots (16)$$

ここで式(2)より \mathbf{B} の発散は常にゼロである。一般に発散がゼロとなるベクトルは、回転がそのベクトルになるような別のベクトルで決定される^{8)~10)}。すなわち

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \dots\dots\dots (17)$$

となるようなベクトル \mathbf{A} が存在し、これは先の式(13)に現れた量との対比から、ベクトルポテンシャルと呼ばれる。式(17)を式(16)に

代入すればベクトルポテンシャルを求める式が得られ、その結果と式(17)から磁束密度 \mathbf{B} が求められる。このような解析は MR における、静磁界を考える際に使われる。

磁束密度の時間的変化があって式(10)は成立しないが、電界の時間的変化が小さく式(11)は成立するような状況では、マックスウエルの方程式で変位電流の項 (式(4)の右辺第2項) のみ無視された形の方程式となる。これは準定常電流界を記述するものであり、MR における勾配磁界の解析に対応する。

電界ならびに磁界の時間変化が共に無視できない場合には、式(1)~(6)をすべて連立させて解く必要がある。その際の変数分離の結果として得られるのが、次の電界あるいは磁界に関する波動方程式である。

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

ここに σ は導電率である。このような波動方程式から求められる電界と磁界は、それぞれの時間変化によって他方が生み出されて空間を伝搬する電磁波となる。MR の分野において励起に使われる電磁波を慣習的に RF (Radiofrequency) 磁界と呼んでいるが、必ず電界を伴うことには注意されたい。SAR の評価ではこの電界成分が、 B_{1+RMS} の評価では磁界成分の磁束密度がこれらの式に対応する。

5. ヘルムホルツの定理

式(5)および(6)の関係から \mathbf{D} と \mathbf{H} を使わないように書くと、マックスウエルの方程式は \mathbf{E} および \mathbf{B} の発散と回転を与えていることになる。この数学的背景にはヘルムホルツの定理⁹⁾がある。ヘルムホルツの定理とは「ベクトルはその発散と回転を与えられれば一意に決定される」というものである。電磁気学の美しさは、マックスウエルの方程式に集約されるが、

その本質はヘルムホルツの定理で規定される数学的な完全性を満たしつつ、電磁界をことごとく記述している点にある。

6. ローレンツ力^{8)~10)}

電磁界と力学量の関係は、電荷に関するローレンツ力の式で表される。

$$F = \rho E + J \times B \dots\dots\dots (20)$$

ここで F は電界に加わる力である。右辺第 1 項は電界によって電荷が受ける力を、第 2 項は電荷の動きとしての電流が磁束密度から受ける力である。MR においてこのローレンツ力が最も顕著に影響するのが、検査中の音である。Fig. 4 に示すように、勾配磁界コイルに電流を流すと、この電流が静磁界から上式右辺第 2 項に相当する力を受ける。外積の定義から、この力は電流密度ベクトルを磁束密度ベクトルに重ねるように右ネジを廻したときの、ネジの進む向きに生じる。勾配磁界コイルでは電流の向きを高速に反転させるため、この力の向きも高速に反転し、コイル線材がボビンを締め付けたら緩めたりする。これによって音が生じる。

このように MR 中で起きる様々な物理現象をマックスウェルの方程式およびローレンツ力

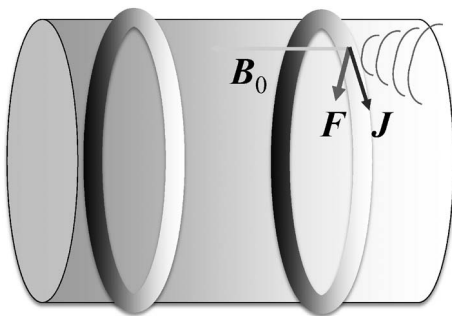


Fig. 4. Sound noise induced by a z-gradient coil in an MR scanner. A Lorentz force generated by the flux density vector of the static magnetic field, B_0 and the current density vector, J pulls in and pushes out the gradient coil element, making a tapping sound with the coil bobbin.

で説明することができるが、以下では体内埋め込み型医療機器の MR 安全性を考える上で最低限必要なことに絞って述べる。

MR 安全性評価における電磁気学の使われ方

ここでは臨床で広く使われている水平磁界の MR との関係を考えて、アイソセンター付近の静磁界の磁束密度ベクトルの向きを z 軸とした、右手座標系を前提に述べる。

1. 磁気的変位力⁴⁾

磁気的変位力は対象となる埋め込み物の磁化と静磁界の磁束密度の勾配の相互作用により対象物が引きつけられる力である^{1),4)}。この力は対象物が強磁性の場合はもちろんのこと、チタンやその合金、316L ステンレス、ナイチノール、コバルト・クロム・モリブデン合金のような常磁性体の場合にも問題となる⁴⁾。対象物がこのような常磁性体や磁気的飽和に至っていない強磁性体であり、空間内で自由に回転できる状態であれば、その対象物に加わる力 F [N] は次式のように表される^{1),15)}。

$$F = (m \cdot \nabla) B_0 \dots\dots\dots (21)$$

ここに m は対象物の磁気モーメント [J/T]、 B_0 は静磁界の磁束密度 [T] であり、

$$B_0 = \mu_0 H \dots\dots\dots (22)$$

である。ただし H は静磁界 [A/m] とする。

ここで MKSA 単位系においては、磁束密度 B [T]、磁界 H [A/m] ならびに物質の磁化すなわち単位体積あたりの磁気モーメント、 M [A/m] の間に次の関係がある^{1),8)}。

$$B = \mu_0 (H + M) = \mu H = \mu_r \mu_0 H \dots\dots\dots (23)$$

$$\mu_r = 1 + \chi \dots\dots\dots (24)$$

ここに μ_0 は真空の透磁率 [H/m]、 μ_r は比透磁率（無次元）、 χ は磁化率あるいは帯磁率（無次元）である。これらの関係から

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} = \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B}_0 \dots\dots\dots (25)$$

である。対象物の体積を V [m³] とすると、式(21)の磁気モーメント \mathbf{m} は上式の磁化 \mathbf{M} の V 倍されたものになるから、次式で表される。

$$\mathbf{F} = \frac{V\chi}{\mu_0} (\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \cdot \mathbf{B}_0 \dots\dots\dots (26)$$

したがって、磁気的変位力の大きさは次のようになる。

$$F = \frac{V\chi}{\mu_0} |(\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \cdot \mathbf{B}_0| \dots\dots\dots (27)$$

ここで簡単のために、MR 装置におけるアイソセンターを通る z 軸上で考えると、 \mathbf{B}_0 には z 軸方向の成分しかないため、次のようになる。

$$\begin{aligned} F &= \frac{V\chi}{\mu_0} |(\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \cdot \mathbf{B}_0| = \frac{V\chi}{2\mu_0} |\nabla \cdot B_0^2| \\ &= \frac{V\chi}{\mu_0} B_0 \cdot |\nabla \cdot B_0| \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

この式から、この磁気的変位力は B_0 および $|\nabla \cdot B_0|$ が大きいときに大きくなる。一方で磁気的変位力は重力と釣り合ったときの偏角の正接に比例する^{1),4)}。これらのことより最新の ASTM 規格では、位置決め簡単な z 軸上での磁気的変位力を実測することによって、目標偏角に対する静磁場の磁束密度の絶対値の勾配を、次式に基づいて見積もるようになっている⁴⁾。

$$|\nabla B_0|_C = |\nabla B_0|_L \cdot \frac{B_{0L}}{B_{0C}} \cdot \frac{\tan(\alpha_C)}{\tan(\alpha_L)} \geq |\nabla B_0|_{Max} \dots\dots (29)$$

ここに α は対象物を懸架した際の偏角である。添字 L は実測値を、添字 C は目標値を示す。すなわち、この式の左の 2 辺では、 z 軸上で α_L , B_{0L} , $|\nabla B_0|_L$ を実測するとともに、当該

MRI 装置の静磁界の磁束密度の最大値 (定格値) B_{0C} ならびに目標偏角 α_C (重力と同値であれば 45° , 重力の 2 倍まで許容すれば 63° , 3 倍まで許容すれば 72° など) を与えることにより、そのような目標偏角を生じる静磁界の磁束密度の絶対値の勾配 $|\nabla B_0|_C$ を求めることができる。その値が、右辺に示すような、装置メーカーの提供する当該 MRI 装置の静磁界の磁束密度の勾配の最大値 $|\nabla B_0|_{Max}$ を越えていれば良い、と判断できる。なおここで述べたような磁性に関係した内容は単位系に応じて複雑に変わり、電磁気学の中でも特に混乱を招きやすい部分である。このような単位系を含めた議論についてはぜひ文献¹⁾の 4 章第 1 節を参照されたい。

2. トルク⁵⁾

簡単のため、対象とする医療機器の磁気モーメントの向きが、対象物の長軸方向に沿っている場合を考えると、静磁場によって生じるトルク \mathbf{T} は

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}_0 = mB_0 \sin \theta \cdot \mathbf{n} \dots\dots\dots (30)$$

と表すことができる。ここに θ は対象物の磁気モーメントと静磁場のベクトルの成す角、 \mathbf{n} はトルクの向きとして定義される、回転面に対する法線ベクトルである。トルクが最大となるのは、静磁場の磁束密度が最大の位置であるため、このようなトルク測定はアイソセンターで行う。また通常はガントリー内の zx 平面で測定を行うことになるので、トルクのベクトルは y 軸方向に沿う。対象物の形状や材料構成が複雑で、どの向きの磁気モーメントが最も大きいのが不明な場合には、 zx 平面に沿った台の上に被検体の置き方を変えて測定を行う必要がある。前項の変位力が小さい被検体は一般にトルクも小さい⁵⁾。

3. 発熱⁶⁾

被検体を RF 磁界が貫くときには、式(3)に示されたファラデーの法則のように、RF 磁界の時間的変化によって電界が生じる。この電界

は被験者体内ならびに埋め込み型医療機器の導電性によって電流を生じ、ジュール熱を発生させる。電界を E [V/m]、電流密度を J [A/m²] とすると、

$$J = \sigma E \quad \dots\dots\dots (31)$$

である。ここに σ は導電率 [S/m] である⁴。この場合の電界は式(18)の電磁波の形で与えられる。このような電界と電流の関係は、電界が電荷によって生じ、電流が電荷の動きであることから派生できるため、マックスウエルの方程式には含めない。電界は単位長さあたりの電位差、電流密度は単位面積あたりの電流であるから、両者の積

$$P = J \cdot E = \sigma E^2 = \sigma E^2 \quad \dots\dots\dots (32)$$

はオームの法則で現れる電力（スカラー量）

$$W = VI = IR^2 = \frac{V^2}{R} \quad \dots\dots\dots (33)$$

を、単位体積あたりで考えた量 [W/m³] に相当する。式(33)における V は、抵抗 R を有する直流回路における抵抗両端の電位差、 I は電流である。RF 電磁界は対象原子核（臨床ではほとんどが水素原子核）のラーモア周波数程度の周波数で正弦波的に変化するため、上述の量 P を 1 周期での平均値 \bar{P} で表すと、

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma E^2 dt = \frac{1}{2} \sigma E_s^2 \quad \dots\dots\dots (34)$$

ここに E_s は（瞬時値ではなく）電界の振幅を表す。この \bar{P} [W/m³] を、単位質量あたりの値に換算すると、MR や温熱療法における熱投与量の評価指標である、SAR（Specific Absorption Rate）^{2),3)} となる。

$$SAR = \frac{1}{2} \frac{\sigma E_s^2}{\rho} \quad \dots\dots\dots (35)$$

ここに ρ は密度 [kg/m³] である。この SAR は熱の投与量であるため、実測においては、単位時間あたりの組織における温度 T [°C] の上昇と熱容量 C [J/(kg · °C)] から

$$SAR = C \cdot \frac{dT}{dt} \quad \dots\dots\dots (36)$$

として求める。ASTM 規格⁶⁾にあるようなゲルファントムの中であれば、このような実測が可能であるが、人体内ではできない。このため MR 装置においてはこれをあらかじめファントムなどで求めておいて測定値テーブルや、送信電力と反射電力の差の入力体重による除算の結果という形で近似的に与えている¹⁶⁾。したがって、波動方程式を解いた結果として求められる、次式のような磁束密度の二乗平均値 B_{1+RMS} ^{2),3)} とは異なる範疇のものである。

$$B_{1+RMS} = \sqrt{\frac{\int_0^{t_x} [B_{1+}(t)]^2 dt}{t_x}} \quad \dots\dots\dots (37)$$

ここに B_{1+} は原子核励起に寄与する B_1 の成分、 t_x は平均をとるための時間長さである。MR 装置本体の安全性に関する IEC 60601-2-33 においては SAR と B_{1+RMS} の両者をコンソールで表示することを要請する³⁾ とともに、ISO 10974 においてはこれを受ける形で B_{1+RMS} を活用した体内埋め込み型医療機器の安全性評価を規定している²⁾。しかし、一方では B_{1+RMS} が表示できないスキャナが世界中に数多く存在する。このため埋め込み医療機器の添付文書では現在、SAR だけ、ならびに SAR と B_{1+RMS} の併記という両方の書き方が見られる。さらに B_{1+RMS} の表示値も、当該シーケン

⁴ [S/m] は Siemens per meter と読む単位であり、電気抵抗率 [Ω · m] (Ohm meter) の逆数にあたる。このためこれを [u/m] (Mho per meter) と書くこともある。“mho” という読みは “ohm” を逆にした綴りに由来する。

スについての実測ではなく、測定値テーブルに基づく近似値の表示が行われている場合もある。このような現状においては、添付文書の条件から予測される結果を洞察したり、実測して比較したりすることが求められる。このためにも両指標の物理的意味を理解することが肝要である。

おわりに

体内埋め込み型医療機器のMR安全性を考えるに必要な電磁気学の要点と、そこから導かれるMR安全性の評価指標を解説した。なるべく本稿の内容のみで完結して読んで頂けるよう心がけたが、安全性に関して取り上げるべき内容のごく一部に過ぎず、はなはだ不完全である。したがって本稿は、電磁気学とMR安全性の関係をご理解頂くための入り口程度に使って頂けると幸いである。本稿がきっかけとなり、MRの分野で電磁気学を学ばれる方が一人でも増えてくださればありがたいことである。

謝 辞

日本磁気共鳴医学会安全性評価委員会ならびにデバイス評価小委員会の皆様には、様々な安全情報の共有でお世話になっております。また東海大学医学部附属病院の堀江朋彦氏、梶原直氏ら、多くの技師の方々には臨床現場での安全性に関することを学ばせて頂いています。これらの皆様にこの場をお借りして深く感謝申し上げます。

文 献

- 1) 日本磁気共鳴医学会安全性委員会監修. MRI安全性の考え方 (第2版). 学研メディカル秀潤社, 2014
- 2) The International Organization for Standardization (ISO). Assessment of the safety of magnetic

resonance imaging for patients with an active implantable medical device. ISO/TS 10974 2012

- 3) International Electrotechnical Commission. Medical electrical equipment—Part 2-33: Particular requirements for the basic safety and essential performance of magnetic resonance equipment for medical diagnosis. IEC60601-2-33 2010
- 4) American Society for Testing and Materials (ASTM) International. Standard Test Method for Measurement of Magnetically Induced Displacement Force on Medical Devices in the Magnetic Resonance Environment. West Conshohocken, PA 19428-2959, United States 2015; F2052-15
- 5) American Society for Testing and Materials (ASTM) International. Standard Test Method for Measurement of Magnetically Induced Torque on Medical Devices in the Magnetic Resonance Environment. 2011; F2213 - 06 (reapproved 2011)
- 6) American Society for Testing and Materials (ASTM) International. Standard Test Method for Measurement of Radio Frequency Induced Heating Near Passive Implants During Magnetic Resonance Imaging. 2015; F 2182-15
- 7) 細野敏夫. 電磁気学はなぜ難しい. 電子情報通信学会 1993; 76: 168-175
- 8) 二村忠元. 電磁気学. 丸善, 1972
- 9) 熊谷信昭. 電磁気学基礎論. オーム社, 1987
- 10) Feynman RP, Leighton RB, Sands M. The Feynman lectures on physics. California Institute of Technology, 1964
- 11) American Society for Testing and Materials (ASTM) International. Standard Test Method for Evaluation of MR Image Artifacts from Passive Implants. 2007; F2119-07
- 12) American Society for Testing and Materials (ASTM) International. Standard Practice for Marking Medical Devices and Other Items for Safety in the Magnetic Resonance Environment. 2008; F 2503-08
- 13) 本間利久, 五十嵐 一, 川口秀樹. 数値電磁力学—基礎と応用—. 森北出版, 2002
- 14) Maxwell JC. A dynamical theory of the electromagnetic field. Phil Trans R Soc Lond 1865;

155 : 459-512

16) 黒田 輝 . SAR と $B_1 + \text{RMS}$. Innervision

15) 宮島英紀 . 磁気測定 I . 近桂一郎, 安岡弘志
編 . 丸善, 2000

2015 ; 30 : 56-58

Basics of Electromagnetics for Evaluating the Safety of Patients with Implanted Medical Devices in MR Scanners

Kagayaki KURODA

*Course of Electric and Electronic Engineering, Graduate School of Engineering, Tokai University
4-1-1 Kita-kaname, Hiratsuka, Kanagawa 259-1292*

In order to evaluate the safety of patients with implantable medical devices during MR imaging, knowledge of electromagnetics is indispensable. Electromagnetics is the theory of analyzing the spatiotemporal behavior of electromagnetic fields. There are two governing equations, viz. Maxwell's equations and the equation of Lorentz force law. Temporal changes in electric and magnetic fields can be used to categorize electromagnetic phenomena.

When none of these fields vary with time, the condition is called electrostatics; under this condition, an electric field is created by electric charges as known as Gauss's law, and an electric potential, whose gradient is the electric field, is defined.

The constant movement of electric charges induces a stationary electric current. The current creates a static magnetic field similar to that of an MR scanner, as is explained by Ampere's law. The gradient of static magnetic field strength applies force on devices composed of paramagnetic or unsaturated ferromagnetic materials. The magnetic moment of such a device also receives magnetic torque from the static magnetic field.

When the temporal change in the magnetic field is not negligible, an electric field is created as known as Faraday's law of electromagnetic induction. If the temporal change is relatively slow (roughly under several 10 MHz) , and the secondary magnetic field created by the electric field is negligible, the resulting condition is called a quasi-static electric current field. This is related to the gradient magnetic field used in MR. If the change is fast enough, a secondary magnetic field is induced, and then another electric field is created, and so on. Such a sequence of electric and magnetic field creation forms an electromagnetic wave, which is the nature of radio frequency (RF) fields. This explains the heat conduction evaluated as specific absorption rate (SAR) . The root mean square of the RF magnetic field effective for nuclear spin excitation corresponds to $B_{1+\text{RMS}}$.

The present article explains the framework of electromagnetics and introduces the interactions between an MR scanner and an implantable device.