

Bloch-Torrey の式に基づく拡散強調 MRI 用 高速画像シミュレータの開発

藤居 昭吾¹, 山本 悦治¹, 谷口 陽², 尾藤 良孝^{1,2}

¹千葉大学大学院工学研究科 ²㈱日立製作所中央研究所

はじめに

MRI (magnetic resonance imaging) により生体から得られる情報には、組織の密度・血流・温度などさまざまなものがあり、その選択はパルスシーケンスによって決まる。従来、パルスシーケンスのパラメータを決定する際には、実機を用いた試行錯誤が必要であり、膨大な労力を要していた。MRI シミュレータは、生体を模擬した数値モデルに対して、パルスシーケンスに従って磁気共鳴現象の基礎方程式の数値解を求め、画像を生成する¹⁾。これを用いれば、パルスシーケンスの実験前評価や、装置実装時に要求されるハードウェアの調整精度の見積もりなどが可能になり、開発効率を向上できる²⁾。また、磁化の挙動を追跡することにより、これまで定性的な推定によることの多かった磁気共鳴現象を、定量的に理解することにも役立つ。

拡散を考慮した MRI シミュレータの先行研究例としては、拡散強調 MR 信号と細胞の微視的構造との関係を明らかにすることなどを目的としたシミュレータがある³⁾。この方法は細胞内外の拡散による磁化移動が、ボクセルサイズ程度の検査対象から発生する MR 信号に及ぼす影響を調べる上で有用である。また、モデルの大きさは不明であるが、stimulated-echo

法に適用した例がある⁴⁾。ただし、この報告では b 値と信号減衰の関係は示されていないが、拡散強調画像自体は提示されていない。我々が開発したシミュレータは、ヒト脳サイズに適用可能な拡散強調パルスシーケンスの定量的評価を主目的とする。拡散の影響をシミュレータに組み込む最も簡単な方法は、b 値と拡散係数を用いて時間とともに指数関数的に信号を減衰させる方法である。しかし、この関係式は装置が理想的に動作する場合には有用であるが、シミュレータの利用価値が高いパルスシーケンスの各種誤差や装置の物理的な不完全さに起因する誤差を評価する場面では、大きな制約を受ける。また、画像の定量的評価には臨床データとの比較も必要であり、少なくともヒト脳サイズのモデルを対象にした装置パラメータを仮定した計算が求められる。しかし、従来法により拡散を扱うためには膨大な計算時間が必要であり、ヒト脳サイズのモデルを対象にした場合、年単位の計算時間を要すると推定される。そこで、本報告では拡散強調画像を高速に計算可能な新しい方法を提案する。拡散強調 MRI に対しても汎用的なシミュレータがあれば、パルスシーケンスを含む撮像方法の最適化や装置誤差の影響評価、あるいは新しい応用への展開も期待できる。最初に、開発した高速画像シミュレータの構成について述べ、次に高速法を適用

することによりヒト脳サイズのモデルであっても、許容し得る時間で実行可能であることを示す。最後に、高速法の誤差の観点から、シミュレータで得られた結果について評価する。

拡散強調 MRI シミュレータ

拡散強調 MRI シミュレータは、入力として数値モデルとパルスシーケンスが与えられたとき、Bloch-Torrey の式⁵⁾を解き、任意の時刻の磁化分布と MR 信号を出力する。また、MR 信号に対して画像再構成処理を施すことにより、画像を生成する。

Bloch-Torrey の式は、磁気共鳴現象の基礎方程式である Bloch の式に拡散項を追加した式であり、次式で表される。

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_2} & \gamma B & 0 \\ -\gamma B & -\frac{1}{T_2} & \gamma B_1 \\ 0 & -\gamma B_1 & -\frac{1}{T_1} \end{pmatrix} \mathbf{M} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_0}{T_1} \end{pmatrix} + D\nabla^2 \mathbf{M} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)^T$ は回転座標系における磁化、 M_0 は熱平衡磁化、 γ は磁気回転比、 T_1 と T_2 は縦緩和時間と横緩和時間、 B_1 は RF 磁場、 D は拡散係数である。さらに、 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{r} \cdot \mathbf{G} + \omega/\gamma$ であり、位置ベクトル $\mathbf{r} = (x', y', z')^T$ は 3次元の実験室系における直交座標を表し、静磁場 (強度: B_0) は $z (=z')$ の向きに印加する。また、 \mathbf{G} は傾斜磁場、 ω は z を回転軸とする回転座標系の角周波数である。

数値モデルは磁化がもつパラメータの空間分布 (γ, M_0, T_1, T_2, D) を与え、これらのパラメータをまとめて特性値と呼ぶことにする。Fig. 1 に拡散強調 MRI のパルスシーケンスの一例 (gradient-echo 法) を示す。拡散強調 MRI で

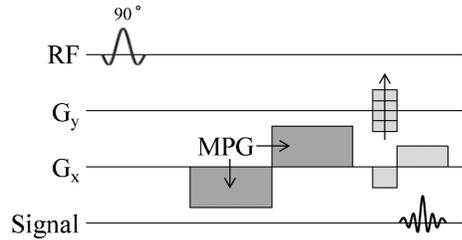


Fig. 1. A simple gradient echo pulse sequence with MPG. The slice selection gradient field is not applied for a two-dimensional simulation.

は、通常の傾斜磁場に加えて、MPG (motion probing gradient) と呼ばれる拡散を強調するための強力な傾斜磁場を印加する。このとき、拡散による信号減衰は MPG と拡散係数によって次式で表される。

$$S = S_0 e^{-bD} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 S は MPG を印加した場合の、 S_0 は印加しない場合の信号強度を表す。また、 b は MPG により決定される拡散強調の程度を表す値である。シミュレーション結果の評価においては、式(2)から求められる理論値と比較する。

シミュレーションの流れを以下に示す。

- (1) 数値モデルの特性値に応じて、2次元の格子点に離散的に磁化を配置する。
- (2) それぞれの離散化磁化に対して、パルスシーケンスに従って Bloch-Torrey の式を解き、任意の時刻の磁化分布を求める。
- (3) 信号をサンプリングする時刻における磁化分布を求め、そのベクトル和から MR 信号を計算する。
- (4) 計算した MR 信号に画像再構成処理を施し、画像を生成する。この処理としては、逆フーリエ変換が最も一般的であるが、これに限らず任意の再構成アルゴリズムを適用可能であ

る。

Bloch-Torrey の式の解法

式(1)に示した Bloch-Torrey の式を解くために、拡散項以外の計算には回転行列法⁶⁾を用い、拡散項の計算には有限差分法を用いる。式(3)と式(4)にこれらの計算式を示す。すなわち、式(3)により時刻 t における磁化 $\mathbf{M}(t)$ に対し、RF 磁場、傾斜磁場、緩和の影響が Δt 時間に渡って加わった磁化 $\mathbf{m}(t+\Delta t)$ を求める。次に、この $\mathbf{m}(t+\Delta t)$ に対し、式(4)により拡散による影響を計算し、磁化 $\mathbf{M}(t+\Delta t)$ を求める。このとき、回転座標系で考えているため B_0 による磁化の回転は無視することができる。また、RF 磁場は x 軸の正の方向に印加すると仮定する。

$$\mathbf{m}(t+\Delta t) = \Phi(\Delta t) \mathbf{R}_z(\theta_g) \mathbf{R}_y^{-1}(\beta) \mathbf{R}_x(\alpha) \times \mathbf{R}_y(\beta) \mathbf{M}(t) + \Gamma(\Delta t) \dots\dots\dots(3)$$

$$\mathbf{M}(t+\Delta t) = \mathbf{m}(t+\Delta t) + D\nabla^2 \mathbf{m}(t+\Delta t) \Delta t \dots\dots\dots(4)$$

以下に、式(3)と式(4)の詳細について説明する。最初に、実効磁場による磁化の回転を計算する。この回転は式(5)と式(6)に示す回転行列によって計算される。

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \dots\dots\dots(5)$$

$$\mathbf{R}_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

ここで、添字 x と y は回転の軸を表し、フリップ角 α は式(7)で与えられる。また、実効磁場と xy 平面がなす角 β は式(8)で与えられる。

$$\alpha = \int_t^{t+\Delta t} \sqrt{\Delta\omega^2 + (\gamma B_1)^2} dt \dots\dots\dots(7)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\Delta\omega}{\gamma B_1} \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 $\Delta\omega$ は傾斜磁場の中心からのオフレゾナンス周波数である。次に、式(9)に示す回転行列により、傾斜磁場 \mathbf{G} による磁化の回転を計算する。回転角 θ_g は式(10)で与えられる。

$$\mathbf{R}_z(\theta_g) = \begin{pmatrix} \cos \theta_g & \sin \theta_g & 0 \\ -\sin \theta_g & \cos \theta_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

$$\theta_g = \gamma \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{r} \cdot \mathbf{G}(\tau) d\tau \dots\dots\dots(10)$$

さらに、式(11)と式(12)により $\Phi(\Delta t)$ と $\Gamma(\Delta t)$ を求め、緩和の影響を付与する行列を計算する。

$$\Phi(\Delta t) = \text{diag}[e^{-\Delta t/T_2}, e^{-\Delta t/T_2}, e^{-\Delta t/T_1}] \dots\dots\dots(11)$$

$$\Gamma(\Delta t) = [0, 0, \mathbf{M}_0(1 - e^{-\Delta t/T_1})]^T \dots\dots\dots(12)$$

以上に示したように、最初に拡散項を含まない中間的な磁化 $\mathbf{m}(t+\Delta t)$ を計算する。次に、 $\mathbf{m}(t+\Delta t)$ を用いて拡散項を計算し、最終的に磁化 $\mathbf{M}(t+\Delta t)$ を導く。式(4)の拡散項の計算では、式(13)に示すように有限差分法を用いて空間を $\Delta x'$, $\Delta y'$, $\Delta z'$ で差分化する。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(t+\Delta t)_{(i,j,k)} &= \mathbf{m}(t+\Delta t)_{(i,j,k)} \\ &+ D \left(\frac{\mathbf{m}(t)_{(i-1,j,k)} - 2\mathbf{m}(t)_{(i,j,k)} + \mathbf{m}(t)_{(i+1,j,k)}}{(\Delta x')^2} \right. \\ &+ \frac{\mathbf{m}(t)_{(i,j-1,k)} - 2\mathbf{m}(t)_{(i,j,k)} + \mathbf{m}(t)_{(i,j+1,k)}}{(\Delta y')^2} \\ &+ \left. \frac{\mathbf{m}(t)_{(i,j,k-1)} - 2\mathbf{m}(t)_{(i,j,k)} + \mathbf{m}(t)_{(i,j,k+1)}}{(\Delta z')^2} \right) \Delta t \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

ここで、 i, j, k はそれぞれ x', y', z' 方向における格子点の位置を示す。以上の計算をパルスシーケンスに従って Δt ごとに繰り返すことにより、任意の時刻の磁化分布を求めることができる。

シミュレーションの高速化

今回のシミュレーションでは二次元モデルを対象とし、磁化は画像横方向 (x' 方向) に n_x 個、縦方向 (y' 方向) に n_y 個、合計 $n_x \times n_y$ 個配置する。 Δt は傾斜磁場の波形に十分に追従できる時間間隔とするために $20 \mu\text{s}$ に設定した。拡散項の計算には空間微分を用いるため、磁化の配置間隔が重要となる。Fig. 2 に離散化磁化の配置間隔と計算誤差との関係を、拡散係数をパラメータに選んで示す。パルスシーケンスは Fig. 1 に示したシーケンスを用い、 $b = 1,001 \text{ s/mm}^2$ である。誤差を求める際の基準値には、式 (2) から求めた理論値を用いた。Fig. 2 から分かるように、離散化磁化の間隔が広がるほど、また拡散係数が大きくなるほど誤差が増大する。したがって、必要とされる計算精度や取り扱う拡散係数の最大値に応じて、配置する離散化磁化の間隔を決めなければならない。ここに示した例では、脳脊髄液のように拡散係数が比較的大きな対象まで考慮できるように、拡散係数の最大値として $3.0 \times 10^{-3} \text{ mm}^2/\text{s}$ を仮定すると、 $b = 1,001 \text{ s/mm}^2$ のとき誤差を 3% 以内にするために、離散化磁化の間隔を $2 \mu\text{m}$ 以下にしなければならないことが分かる。磁化の配置間隔を $2 \mu\text{m}$ 、 $\Delta t = 20 \mu\text{s}$ と設定

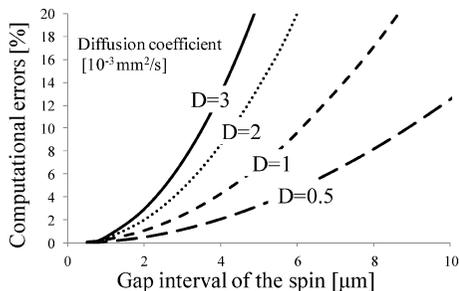


Fig. 2. Relationship between the gap interval of the spin and the computational errors ($b = 1,001 \text{ s/mm}^2$). The computational errors increased as the gap interval of the spin and the diffusion coefficients increased.

したとき、印加傾斜磁場が最大の 37.9 mT/m のときでも Δt 間の隣合う磁化の位相差は π を十分に下回る $6 \times 10^{-4} \text{ rad}$ となり、位相の連続性を保つことができる。したがって、以後この設定値を用いる。

以上に示したように、計算精度を高めるためには、配置する磁化の数を増やす必要があるが、計算時間は配置した磁化の数とともに増大する。以上の理由から、拡散強調 MRI シミュレーションでは、拡散を考慮しない場合に比べ離散化磁化の数が 4 桁程度大きくなり、膨大な計算時間が必要となる。そのため、サイズの大きなモデルをシミュレーションすることは困難であった。例えば、一辺が 15 cm の正方形の数値モデルに $2 \mu\text{m}$ 間隔で磁化を配置すると、総磁化数は約 56 億個となる。単純に磁化数に比例して計算時間が増えると仮定すると、我々の計算環境 (Intel Core i7 2.93 GHz (コア数 4), 実装メモリ 16 GB, ソフトウェア開発環境 Microsoft Visual Studio 2010) では 14 年以上要することになる。そこで、本論文では以下に示す三つの高速法(I)~(III)を提案し、ヒト脳と同等サイズのモデルに適用した。ただし、高速法を適用する際に、以下の条件(a)と(b)を仮定した。

(a) 数値モデルを構成する最小単位の領域内に配置した離散化磁化は、熱平衡磁化・緩和時間 (T_1, T_2)・拡散係数 (以下、特性値とする) のいずれも等しい値を取る。この領域を区分要素と呼ぶ。また、隣り合う区分要素の特性値がすべて等しい場合、一つの大きい領域 (以後、均一領域と呼ぶ) に拡張することも可能である。ただし、計算はその中に含まれるすべての離散化磁化に対して行う。区分要素によって構成された数値モデルの模式図を Fig. 3 に示す。

(b) MPG を印加する方向以外の拡散による信号減衰は無視する。拡散はすべての方向に生じるが、MRI において検出できる主たる信号減衰は、MPG の印加方向に生じる拡散によ

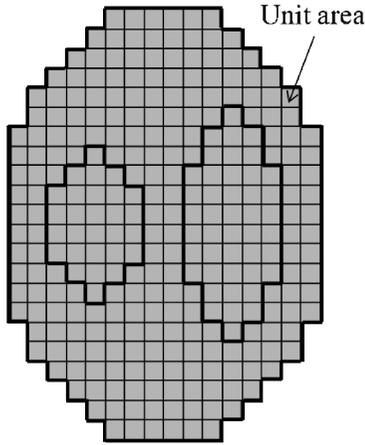


Fig. 3. An example of a numerical model. Each square represents unit area. The characteristic values of each spin are the same for all spins inside this area (assumption (a)). It is possible to combine some adjacent units which have the same characteristic values. This area is called the uniform area.

て強調された減衰だけである。例えば、Fig. 1 のパルスシーケンスにおいて $b = 1,001 \text{ s/mm}^2$ の場合、拡散係数が $3.0 \times 10^{-3} \text{ mm}^2/\text{s}$ の組織は拡散により信号が約 6% にまで減衰する。このとき、このパルスシーケンスから MPG を除くと信号は 99.9% になり、ほとんど減衰しない。すなわち、MPG 印加方向以外の拡散による信号減衰は微小であり、エンコード傾斜磁場による信号減衰も無視できる。

(I) 境界付近の磁化のみを厳密に計算

先に述べたように、拡散強調 MRI のシミュレーションには非常に多くの離散化磁化が必要である。従来法では、これらすべての磁化をパルスシーケンスの時間経過全体に渡って計算する必要があった。しかし、特性値が変化する境界付近に配置した磁化とそれ以外の場所に配置した磁化とでは、拡散による影響の受け方が大きく異なり、後者の場合には特別な計算法を用いることで計算量を著しく低減できることを見出した。また、その計算法では従来不可能で

あったシーケンス途中からの計算も開始できるため、信号取得期間以外には計算そのものを省くことができる。すなわち、Fig. 4(a) に示すように、境界付近に配置した磁化はシーケンスのすべての時間経過に渡って計算しなければならないが、それ以外の場所に配置した磁化は信号取得期間のみ計算すれば良いのである。以下に、配置位置によって計算量が異なる理由について説明する。

条件(a)により、パルスシーケンスの開始時には、均一領域内の特性値はすべて均一な値を取る。ここで、均一領域の境界付近に配置した磁化を境界磁化、その他の磁化を内部磁化と呼ぶことにする。内部磁化は、周囲からの影響をほとんど受けない領域に配置した磁化と解釈できる。パルスシーケンスが進むにつれて、境界磁化の大きさはその周囲にある磁化からの拡散により場所に応じて変化する。しかし、内部磁化の大きさはそれを決定する要因がほぼ等しいため、その大きさも場所によらずすべて等しい。ただし、この場合でも傾斜磁場により生じる位相差は、磁化の置かれた位置に応じて決まるため、すべての離散化磁化に対して計算しなければならない。これらの性質を利用することにより、境界磁化と内部磁化とを異なる方法で計算することができる。すなわち、境界磁化に対しては式(4)の拡散項を含めて、すべての影響を考慮して計算する。一方、内部磁化に対しては、その大きさは境界磁化の値を外挿して求める。ただし、位相は傾斜磁場により位置に依存して変化するので、すべての離散化磁化に対して計算する。ここで、位相のみを計算することを簡易計算と呼ぶことにする。

次に、簡易計算法に関し、Fig. 4(b)~(d) を用いて詳しく説明する。Fig. 4(b) は初期値として与えた境界磁化の x' 方向の 1 次元分布を表す。破線の間の区間はそれぞれ均一領域であり、各破線の近傍に境界磁化を配置している。境界磁化は式(3)と式(4)により計算される。パルスシーケンスの進行とともに境界磁化の大

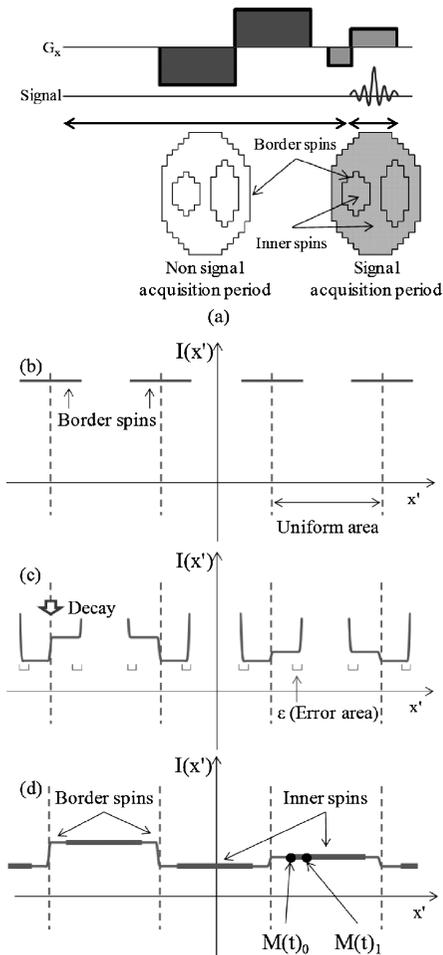


Fig. 4. (a) A part of a pulse sequence and the calculated areas. Border spins are calculated during all periods of the sequence and inner spins are only calculated during the signal acquisition period. (b)~(d) Flow of acceleration technique (I). $I(x')$ indicates the intensity of the spin at position x' . (b) One-dimensional distribution of the initial border spins in the x' direction. The interval between the dashed line is the uniform area. (c) Only border spins are calculated, and non-border spins are not calculated at this time. Border spin distributions are changed as the pulse sequence progresses. Errors are generated at both ends of the border spin (error area ϵ). (d) Error areas are eliminated and the inner spins are calculated with a simplified calculation method by using the border spins with no error area.

きは変化し、Fig. 4 (c)に示す分布になる。ここで、境界磁化の両端の領域では、内部磁化の値が計算されていないため拡散項を計算するのに必要な空間微分ができなくなる。そのため、境界磁化の両端では誤差領域 ϵ が発生するが、その領域を除くと正確な値が求まることになる。

一方、内部磁化に関しては、先に述べた境界磁化を利用することで、計算を簡略化できる。まず、Fig. 4 (d)に示すように境界磁化の平坦な領域にある磁化を $M(t)_0$ とし、その領域内にある隣り合った磁化同士の位相差 $\Delta\phi$ を求める。次に、 $M(t)_0$ を出発点とし、位相だけを $\Delta\phi$ 回転させて隣の内部磁化 $M(t)_1$ を求める。この操作は式(14)で表すことができる。

$$M(t)_{k+1} = R_z(\Delta\phi)M(t)_k \dots\dots\dots (14)$$

この計算を境界磁化の平坦な部分から内部磁化に向けて次々と繰り返すことで、内部磁化全体を計算することができる。ただし、この計算において誤差領域 ϵ は省く必要がある。予備検討によれば、誤差が3%以上となる誤差領域 ϵ の長さを $L(\mu\text{m})$ とすると、拡散係数 $D(\text{mm}^2/\text{s})$ との関係はおおよそ式(15)により近似できる。

$$L = 7e^{700D} \dots\dots\dots (15)$$

例えば、拡散係数 D が $3.0 \times 10^{-3} \text{ mm}^2/\text{s}$ のとき、 L は約 $56 \mu\text{m}$ となる。したがって、 $2L$ 以上の範囲に境界磁化を配置すれば境界磁化に平坦な部分が生じるため、今回のシミュレーションでは境界磁化を配置する範囲を $120 \mu\text{m}$ とする。なお、境界磁化から内部磁化を簡易計算する際に、片側から計算する方法とその反対側から計算する方法が考えられる。その方向によって誤差は影響を受けるが、上記の条件を満たした範囲に境界磁化を配置すれば、いずれにしても誤差は十分に小さくなる。

以上に述べた高速法(I)の流れを以下にまとめる。

- (1) 最初に、均一領域の境界磁化だけを計算する。
 - (2) 拡散や緩和によって境界磁化が減衰し、境界磁化の両端に誤差領域が生じる。
 - (3) 信号取得期間のとき、境界磁化内の平坦部分の磁化を出発点とし、内部磁化を簡易計算する。
- この高速法を用いることで、少ない計算量で全体の磁化分布を取得できる。

(II) 配置磁化数の削減

条件(b)により、MPG 印加方向以外の拡散による信号減衰は無視できるとする。拡散項の計算が必要ないのであれば、磁化の配置間隔を広げることが可能となる。すなわち、Fig. 2 に示す磁化の配置間隔と誤差との関係は、MPG が印加される方向に対して成立する関係である。もしも MPG の印加方向以外の拡散による信号減衰が無視できるのであれば、磁化の配置間隔はこの制約を受けずに済む。画像再構成を行う際、1 ピクセル当たり 1 個以上の磁化を配置する必要があるため、本報告では 1 ピクセル当たり 1 個の磁化を配置することとする。したがって、最大の配置間隔は 1 ピクセルの幅となる。以上の理由から、Fig. 5 に示すように磁化の配置間隔を MPG の印加方向と垂直方向とで非対称に設定でき、配置磁化数を著しく削減できる。計算時間もそれにほぼ比例して短縮できる。ただし、同時に二つ以上の直交する傾斜磁場を印加して形成する MPG の場合には適用できない。

(III) シミュレーションの並列化

OpenMP を用い、シミュレーションを並列処理することによって計算時間を短縮できる。この方法は MRI シミュレータに限ったものではないが、並列計算の多いモデルでは有効に作用する。本研究では、4 コアを使用して並列処理することで、約 4 倍の高速化が可能であった。

以上の高速法をまとめたフローチャートを Fig. 6 に示す。最初にパルスシーケンスと数値

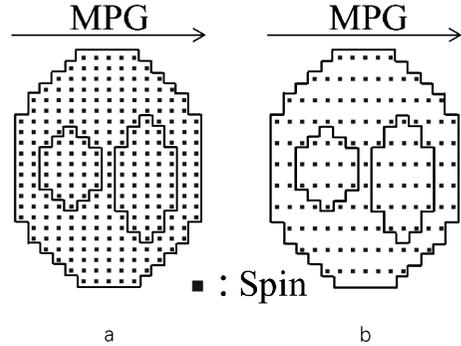


Fig. 5. (a) Spin distribution without acceleration technique (II). (b) Spin distribution with acceleration technique (II). It is possible to increase the gap interval of the spin perpendicular to the direction of the MPG.

モデルを入力する。高速法(II)を適用し、パルスシーケンスに応じて数値モデルの磁化の配置間隔を変化させる。高速法(I)を適用し、RF 磁場、傾斜磁場、緩和から境界磁化を計算する。さらに境界磁化を利用して内部磁化を簡易計算する。求めた磁化分布から MR 信号を計算し、画像再構成することで画像を出力する。

高速法の誤差の評価

高速法がシミュレーション画像の誤差に与える影響を評価するため、高速法を適用した画像と適用しなかった画像とを比較する。入力する数値モデルとパルスシーケンスは、両者で同一のものを用いる。数値モデルには Fig. 7 に示す大きさ $3.84 \text{ mm} \times 3.84 \text{ mm}$ の正方形モデルを用い、特性値を Table 1 に示す。この数値モデルの大きさは、高速法を適用しない場合でも 5 日程度で計算が完了するように設定した。このモデルは一辺が 0.24 mm の正方形が 256 個集まったものであり、各々が条件(a)を満たす区分要素である。また、熱平衡磁化は、拡散強調や緩和による画像コントラストだけを識別できるように、すべての領域において 1 とした。パルスシーケンスは Fig. 1 に示したのものを用

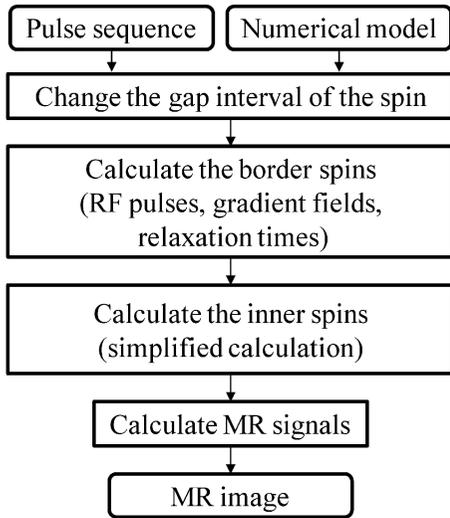


Fig. 6. Flowchart for the simulation with acceleration techniques. The input parameters are pulse sequence and numerical model. Applying the acceleration technique (II), the gap interval of the spin in the numerical model is changed, depending on the pulse sequence. Applying the acceleration technique (I), the border spins are calculated from RF pulses, gradient fields and relaxation times. Then the inner spins are calculated from simplified calculation method by using the value of border spins. MR signals are calculated from the distribution of spins and are used to reconstruct MR images.

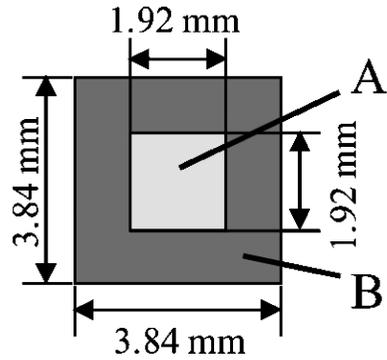


Fig. 7. The small size numerical model. The intensity of all initial spins is equal to 1. Relaxation time and diffusion coefficient are given for each region. This small size is chosen to make it possible to simulate within reasonable times when acceleration techniques are not applied. Each of the division elements is $0.24 \text{ mm} \times 0.24 \text{ mm}$.

Table 1. Characteristic Values for the Small Size Model

	A	B
T ₁ [ms]	787	787
T ₂ [ms]	92	92
D [mm ² /s]	0.44×10^{-3}	0.64×10^{-3}

Table 2. Sequence Parameters for the Small Size Model

FOV	1.0 cm × 1.0 cm
Matrix size	128 × 128
TR	5 s
TE	0.0575 s
b value	1,001 s/mm ²

い、パラメータを Table 2 に示す。高速法を適用しない場合、条件(b)を仮定できないので x' , y' 両方向に $2 \mu\text{m}$ 間隔で磁化を配置する。高速法を適用する場合、条件(b)を仮定できるので、MPG を印加する x' 方向には $2 \mu\text{m}$ 間隔で磁化を配置し、MPG を印加しない y' 方向には $80 \mu\text{m}$ 間隔で磁化を配置する。 $80 \mu\text{m}$ とした理由は、1 ピクセル当たり 1 個の磁化を配置するためである。さらに高速法では 4 コアを用いて並列処理を行った。以上の条件で、高速法を適用しない場合、および高速法(I)~(III)をすべて適用した場合の 2 パターンのシミュレーションを行った。それぞれ計算時間は 110 時間、490

秒であった。高速法を適用しない場合と適用した場合のシミュレーション結果をそれぞれ Fig. 8(a) と Fig. 8(b) に示す。また Fig. 8(a) と Fig. 8(b) との差分から生成した誤差画像を Fig. 8(c) に示す。 Fig. 8(d) には Fig. 8(c) の線

分 AB および CD に対応するプロファイルを示す。今回行ったシミュレーションでは、誤差画像の全領域において誤差は 1.6% 以下となった。また、数値モデルの特性値が変化しない中央部分では、その誤差は 0.3% 以下と極めて小さくなった。Fig. 8(d) から分かるように、緩和時間や拡散係数が異なる境界近傍で、かつ MPG を印加する方向に直角な CD 方向において誤差が大きくなっている。この理由は、以下のとおりである。MPG の印加方向に直角な方向に配置する離散化磁化は、高速法(II)を適用することにより印加方向の離散化磁化数に比べ一般に 1~2 桁程度少なくなることができる。Fig. 8 の例では、離散化磁化の配置間隔をピクセルサイズと同等にしたため、画像再構成時にその配置間隔が粗いことから生じる誤差が無視できなくなったためと考えられる。離散化磁化数を増加させ配置間隔を狭くすることにより、この誤差は小さくなることを確認している。しかし、それとともに計算時間も増加するので、

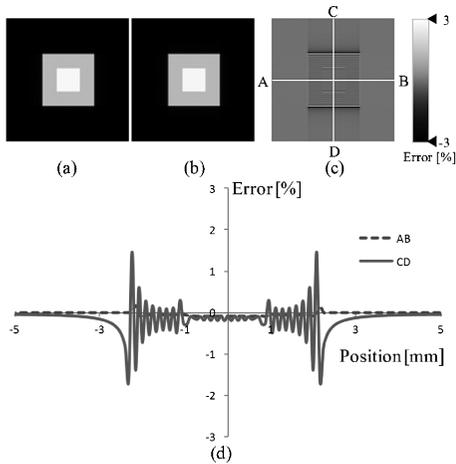


Fig. 8. (a) Simulated image without acceleration techniques (128×128 pixels). (b) Simulated image with all acceleration techniques (128×128 pixels). (c) Error image generated from the subtraction of (a) and (b). (d) Intensity profiles of AB and CD in (c). The errors are less than 3% in all areas.

許容できる誤差との関係で設定する必要がある。

以上より、高速法がシミュレーション画像に与える影響は、十分に小さくできることが確認できた。

シミュレーション結果

前述した高速法をすべて適用して、ヒト脳サイズの数値モデルのシミュレーションを行った。数値モデルには、Fig. 9 に示すヒト脳の平均的な大きさの楕円形モデルを用い、特性値を Table 3 に示す。このモデルは一辺が 1.6 mm の正方形の集合体からなっており、全部で 8,484 個ある。先に述べた条件(a)により、各区分要素内の特性値はすべて等しいとする。このモデルにおいて、MPG を印加する x' 方向には 2 μm 間隔で、印加しない y' 方向には 1.6 mm 間隔で磁化を配置した。1.6 mm とした理由は、1 ピクセル当たり 1 個の磁化を配置するためである。配置磁化の総数は $68,800 \times 103 = 7,086,400$ 個となった。緩和時間としては、1.5 T における白質と灰白質の値を用いた⁷⁾。拡散係数としては、1.5 T における正常な白質と灰白質の拡散係数⁸⁾と、梗塞に陥った白質の拡散

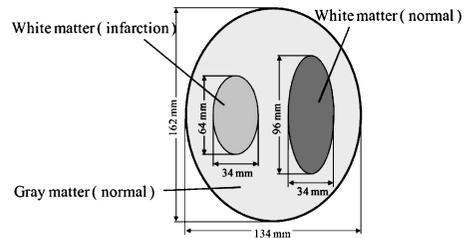


Fig. 9. The human brain size numerical model. The intensity of all initial spins is equal to 1. Relaxation time and diffusion coefficient are given for each region. Each parameter refers to the parameters of the normal white matter, gray matter and the white matter infarction. This model is composed of a division element of 1.6 mm×1.6 mm.

Table 3. Characteristic Values for the Human Brain Size Model

	White matter (infarction)	White matter (normal)	Gray matter (normal)
T ₁ [ms]	787	787	921
T ₂ [ms]	92	92	101
D [mm ² /s]	0.44 × 10 ⁻³	0.64 × 10 ⁻³	0.83 × 10 ⁻³

Table 4. Sequence Parameters for the Human Brain Size Model

FOV	20 cm × 20 cm
Matrix size	128 × 128
TR	5 s
TE	0.0575 s
b value	1,001 s/mm ²

係数⁹⁾を用いた。また、熱平衡磁化は拡散強調や緩和による画像コントラストだけを識別できるように、すべての組織において1とした。パルスシーケンスは Fig. 1 に示したのを用い、パラメータを Table 4 に示す。なお、計算には4コアを用い、並列処理を行った。

シミュレーション結果を Fig. 10(a)に示し、図中の線分EFに対応するプロファイルを図. 10(b)に示す。また、各組織の信号強度の平均値と、理論値に対する誤差を Table 5 に示す。

ここで、理論値は横緩和時間および式(2)の拡散による減衰を考慮した値である。これらの結果から、梗塞に陥った白質（左側の楕円領域）が高信号となっていることがわかる。また、各組織において誤差はいずれも0.2%以下となった。誤差の主な原因は、MPG印加方向における離散化磁化の配置間隔に起因する、拡散項の計算誤差であると考えられる。最終的には、再構成画像の画素数に依存した誤差も加わる。しかし、これらは配置間隔を狭めたり画素数を増やすことで低減可能である。この場合、計算時間が増加するので、シミュレーションで必要な精度とのトレードオフとなる。

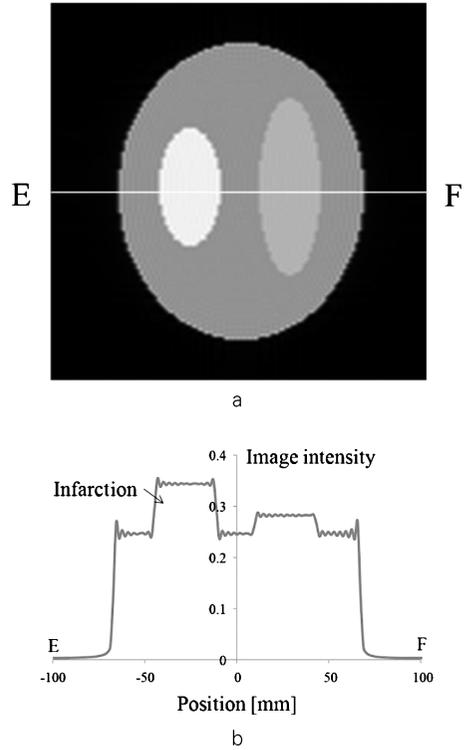


Fig. 10. (a) Simulated image of a human brain size model (128 × 128 pixels). (b) Intensity profile of EF. When compared with the theoretical values calculated from equation (2), the computational errors in the flat portions were less than 0.2%.

Table 5. Simulation Results

Tissue	Image intensity	Computational errors [%]
White matter (infarction)	0.350	0.116
White matter (normal)	0.283	0.177
Gray matter (normal)	0.247	0.122

Image intensity is the average value of the flat portion. Computational errors are calculated by comparing the image intensity and the theoretical value calculated from equation (2).

さて、計算時間であるが、Fig. 10 に示す例では 52 分であった。高速法を適用しなかった場合の計算時間は 14.5 年と推定され、高速法を適用したことにより約 147,000 倍高速化されたことになる。厳密に言えばこれらの手法は独立ではないが、各高速法の高速化率はおおよそ、(I)が 46 倍、(II)が 800 倍、(III)が 4 倍である。

結 語

ヒト脳サイズのモデルをシミュレート可能な拡散強調 MRI 用高速画像シミュレータを開発し、その動作を確認した。提案した三つの高速法を適用することにより、従来法では 14.5 年を要した計算が 52 分という実用的な時間で実行できることが分かった。今回提案した高速法は、汎用的で安価な計算機環境でも容易に実現でき、従来比で約 147,000 倍の高速化を実現できた。なお、本シミュレータでは、主に拡散現象による影響を検討するため、静磁場不均一や傾斜磁場の非線形性・うず電流、タイミングの調整不足などの装置ひずみは考慮していないが、今後これらについても検討したい。

謝 辞

本研究の一部は文部科学省学術研究費助成基金助成金基盤研究(C) (課題番号 24500506) の支援を受けた。ここに記して謝意を表す。

文 献

- 1) 谷口 陽, 中谷千歳, 尾藤良孝, 山本悦治: 遷移行列法と磁化の周期性を利用した MRI 高速画像シミュレータ. 信学論 (D-II) 1994; J77-D-II; 3: 566-572
- 2) 谷口 陽, 山本悦治, 塚田啓二: MRI シミュレータを用いたハイブリッドエコー法の画質評価と偽像除去手法の検討. 信学論 (D-II) 2000; J83-D-II; 9: 1916-1925
- 3) 今江禄一, 関野正樹, 篠原広行. 拡散 MRI の基礎と応用. 第一版, 東京: 医療科学社, 2011
- 4) Jochimsen TH, Schafer A, Bammer R, Moseley ME: Efficient simulation of magnetic resonance imaging with Bloch-Torrey equations using intravoxel magnetization gradients. J Magn Reson Imaging 2006; 180: 29-38
- 5) Torrey HC: Bloch equations with diffusion terms. Phys Rev 1956; 104: 563-565
- 6) Kwan RK, Evans AC, Pike GB: MRI simulation-based evaluation of image-processing and classification methods. IEEE Trans Med Imaging 1999; 18: 1085-1097
- 7) Bottomley PA, Foster TH, Argersinger RE, Pfeifer LM: A review of normal tissue hydrogen NMR relaxation times and relaxation mechanisms from 1-100 MHz: dependence on tissue type, NMR frequency, temperature, species, excision, and age. Med Phys 1984; 11: 425-448
- 8) Le Bihan D, Mangin JF, Poupon C, Clark CA, Pappata S, Molko N, Chabriat H: Diffusion tensor imaging: concepts and applications. J Magn Reson Imaging 2001; 13: 534-546
- 9) Meyer JR, Gutierrez A, Mock B, Hebron D, Prager JM, Gorey MT, Homer D: High-b-value diffusion-weighted MR imaging of suspected brain infarction. AJNR Am J Neuroradiol 2000; 21: 1821-1829

Development of a High-Speed Diffusion-weighted MRI Simulator Based on the Bloch-Torrey Equation

Shogo FUJII¹, Etsuji YAMAMOTO¹, Yo TANIGUCHI²,
Yoshitaka BITO^{1,2}

¹*Graduate School of Engineering, Chiba University
1-33 Yayoi-cho, Inage-ku, Chiba 263-8522*

²*Central Research Laboratory, Hitachi, Ltd.*

A recently developed diffusion-weighted magnetic resonance (MR) imaging simulator has been applied to very small models, such as cells. However, its application to models the size of the human brain has been difficult because of the large computational power required. We aimed to develop a diffusion-weighted MR imaging high-speed simulator for application to such larger models. To shorten computational time, we propose 3 techniques to increase speed. The first technique involves exact calculation throughout the sequence of the spins located around the border of the regions where at least one of spin density, diffusion coefficient, and relaxation times (T_1 , T_2) is different in the numerical model and calculation of spins in the center during signal acquisition only. The second technique requires setting various gap intervals of the spins according to the direction in which the motion-probing gradient (MPG) is applied. Computational time is reduced when the MPG is not applied in a certain direction and gap intervals of the spins in this direction become larger than an equivalent MPG-applied direction. The third technique involves a simulation performed in parallel using a 4-core multiprocessor. Use of these techniques permits generation of a diffusion-weighted image for a model the size of the human brain in a reasonable time. For example, the simulation time for a model sized 134 mm \times 162 mm was about 52 min, which is 147,000 times shorter than that of conventional methods.