

k-空間入門

押尾 晃一

慶應義塾大学医学部放射線診断科

k-空間とは

MRI の撮像法の原理の説明にはしばしば k-空間という言葉が登場する。k-空間の概念は MRI の技術にとって非常に便利であり、なくてはならないものであるが、一方で数式を使わずに理解することが難しいため、MRI の技術全体に対する理解の障害ともなっている。しかし、本来 k-空間という概念は MRI の撮像法を直感的に分かりやすくし、見通しをよくするために考案されたものであり、一旦この考え方を理解すれば MRI のさまざまな撮像法を直感的に把握することができるようになる。本稿ではこの k-空間の概念をできるだけ数式を使わずに、しかしまたできるだけ正確に解説することをめざしている。

MR 信号はそれ自体位置情報をもっておらず、MRI 装置も直接位置を計測するメカニズムはもっていない。例えば CT では X 線管の焦点の位置とディテクターの位置で X 線の経路が直接決まるが、MRI 装置ではこうした直接的な方法がない。この目的のために MRI 装置では傾斜磁場を使って空間的な位置情報を付加する。これを使ってどう画像を作るかというのは複雑なプロセスであるが、この時間軸上の信号と、空間的な画像とを結びつけるのが k-空間という概念である。傾斜磁場と k-空間、MR 信号と k-空間、および MR 画像と k-空間

の関係というように分けて考えると分かりやすい。以下にこの関係をステップを追って説明する。

MR 信号と位相

MRI 装置で観測される信号は実際には受信コイルに流れる電流であるが、この電気信号を受信機で処理することによって磁化ベクトルの向きと大きさを知ることができる。この先の議論では磁化ベクトルが直接観測できると考えることにする。ただし、そのままでは位置情報は得られず、観測対象全体からの信号の和が観測されることになる。

磁化ベクトルは Z 軸成分（縦磁化）と、X 軸および Y 軸成分（横磁化）をもつが、MR 信号に注目する時、縦磁化は信号を出さないため、横磁化だけ見ていけばいいことになる。平面内の回転運動を表すには複素数を使うと計算上便利のため、ここでも横磁化を表すのに複素数を使うことにする。単に X 軸を実数、Y 軸を虚数と見ればいいだけである。この磁化ベクトルは、XY 平面を共鳴周波数（1.5 T では約 64 MHz）で回転しているが、これもまた受信機での処理で中心周波数で回転しているものを基準として、それより速いものを正の向きの回転、遅いものを負の向きの回転として見ることができる。

キーワード k-space, k-trajectory

通常の MR 画像では観測された磁化ベクトルの大きさ（絶対値）だけを表示しているが、装置の内部ではベクトルの向きも計測されている。このベクトルの向きのことを指して「位相」ということがある。また、ベクトルの XY 成分を複素数と見て、MR 画像の X 成分、Y 成分を指して「実部」「虚部」ということもある。今後の議論でもベクトルと複素数の表現が混じっているが、その場に応じて都合のいい方を使うことにする (Fig. 1)。

傾斜磁場と空間周波数

まず傾斜磁場による変化の一般的な形を調べてみることにする。傾斜磁場というのは磁場強度が位置によって変化するような磁場のことである。MRI 装置では X, Y, Z の各軸ごとに、磁場中心からの距離に正確に比例するような磁場を作ることができる。例えば、X 軸の傾斜磁場コイルを動作させると、磁場中心ではちょうど 1.5 T であるが、中心から 1 cm だけ X 方向にずれた点では $1.5\text{ T} + 0.1\text{ mT}$ 、2 cm の点で

は $1.5\text{ T} + 0.2\text{ mT}$ 、X 軸方向逆向きに 1 cm 離れた点では $1.5\text{ T} - 0.1\text{ mT}$ 、というような磁場分布となる。この場合、Y 軸方向および Z 軸方向にそって磁場は変化しないので、X 軸に垂直な面内では磁場強度は同じになる。Y 軸および Z 軸のコイルでも同様に、Y 軸方向の位置だけに依存して変化する磁場、あるいは Z 軸方向の位置だけに依存して変化する磁場が作られる。傾斜磁場の強度はしたがって mT/m で表される (Fig. 2)。

ここで、磁化ベクトルの回転速度はその場所の磁場強度に比例するので、傾斜磁場によって位置による回転速度が変わるような状態が作られることになる。つまり、磁場中心では磁化ベクトルは回転せず、例えば X 軸の傾斜磁場の下では X 軸にそって中心から離れるにしたがって速く回転するようになる。一定時間傾斜磁場を動作させた後の状態をみると磁化ベクトルは X 軸にそってねじれた状態になっており、一種の波ができています (Fig. 3)。この波の細かさを指して「空間周波数」という。普通にいう周波数は例えば音のように時間に

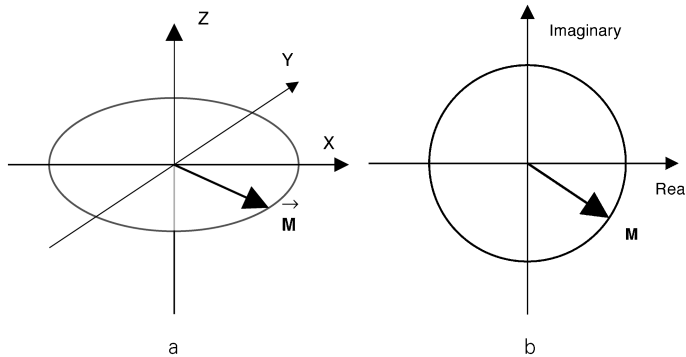


Fig. 1. The magnetization M is a vector in a 3D space. It precesses around the z-axis, and this rotation generates the MRI signal (a). Since only the transverse component generates the signal, sometimes this x-y component is shown in a 2D space. In this case, M is treated as a complex number, for mathematical convenience (b).

よって変化する現象に対して一定時間内に何回振動するかを意味するが、空間周波数は時間による変化ではなく位置によって変化する波に対して一定の距離にいくつ波があるかを表す。

一つの傾斜磁場コイルを動作させた場合は、その軸の方向の波ができる。では、二つのコイルを同時に動作させるとどうなるだろうか。この場合、二つの波を重ね合わせたものができる

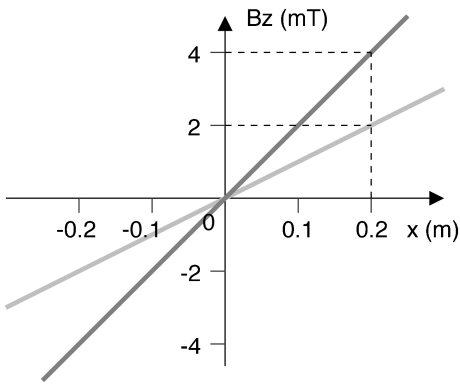


Fig. 2. The gradient field is a magnetic field whose strength changes according to the spatial location. There are three gradient coils in the MRI system, and each of them generates a gradient field along the axis of x, y or z. The direction of the magnetic field is along the z-axis, and only its strength changes along x, y or z axis. The strength of the gradient field is the slope of the graph, and the unit is mT/m.

ように思われるかもしれないが、実際には二つの軸の中間の斜めの方向にそった波が一つできるだけである。磁場強度に関しては二つの傾斜磁場コイルで作られた磁場の和となっている。空間周波数をそれぞれの軸方向の成分で表すことにすれば、X 軸方向に 10 の波がある状態は (10, 0)、Y 軸方向に 5 の波がある状態は (0, 5) と表される。この二つの波が同時にある場合は (10, 5) となって、空間周波数を座標上の位置として表すことができる。この場合、波の方向はこの点の原点からみた時の方向となる (Fig. 4)。

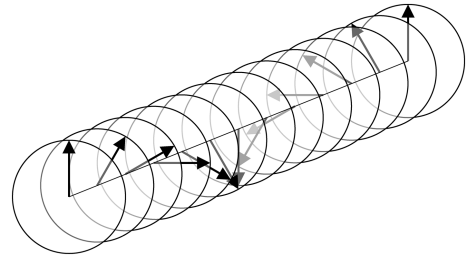


Fig. 3. When a gradient field is applied, the magnetization vectors rotates around the z-axis, and its rotation speed is proportional to the distance from the isocenter, and the strength of the gradient field. After the gradient field is applied, a kind of spatial wave is formed. Its spatial frequency is proportional to the product of the strength and the duration of the gradient field.

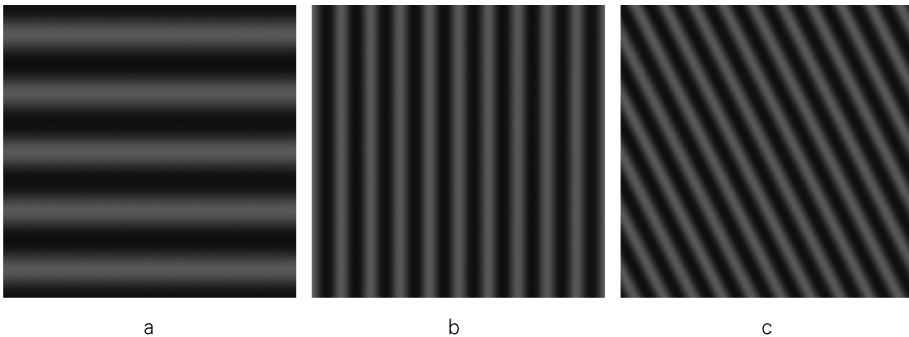


Fig. 4. Waves with spatial frequencies (0, 5) (a), (10, 0) (b) and (10, 5) (c).

傾斜磁場と k-空間 (k-軌跡)

すでに述べたように、傾斜磁場によって空間的に位相が変化するような波が作られる。ここでその過程をもう少し定量的に見てみることにする。ある場所の傾斜磁場による位相の回転角は、傾斜磁場強度と、傾斜磁場をかけた時間の積に比例する。ということは、傾斜磁場で作られる空間周波数もまた、傾斜磁場強度と、傾斜磁場をかけた時間の積に比例することになる。空間的な波の方向はかけた傾斜磁場の軸と同じである。複数の傾斜磁場を同時に作用させた場合、波の方向は各軸の成分を成分とするベクトルの方向となる。ここで、 k という変数を定義する。 k は上で述べた空間周波数そのものであるが、傾斜磁場強度 G を使って

$$k = \gamma G t$$

と表される。ここで G は傾斜磁場強度、 γ は磁気回転比である。これは一定の強度の傾斜磁場を一定時間かけた時の結果であるが、 G が時間によって変化する時は、

$$k = \gamma \int_0^t G(t') dt'$$

となる。これは傾斜磁場強度を時間に対してプロットした時、傾斜磁場の曲線で囲まれた部分の面積に相当する。あるいは G を速度、 k を移動距離と見ることも可能である (Fig. 5)。

さらに、各軸の k の値をそれぞれの傾斜磁場に対して計算し、その結果の k_x, k_y を位置と考えることにする。つまり (k_x, k_y) という点を考えると、この点は傾斜磁場の変化に対応して、 k_x と k_y を軸とする空間を移動する。この k_x, k_y を軸とする空間を k -空間 (k -space) と呼び、傾斜磁場の変化に対応する、点 (k_x, k_y) の動きの道筋を k -軌跡 (k -trajectory) と呼ぶ。例えば、 X 軸の傾斜磁場を強度 1 で 1 秒間動作させると、点 (k_x, k_y) は X 軸方向に速度 1 で 1 秒間移動し、傾斜磁場を切ると

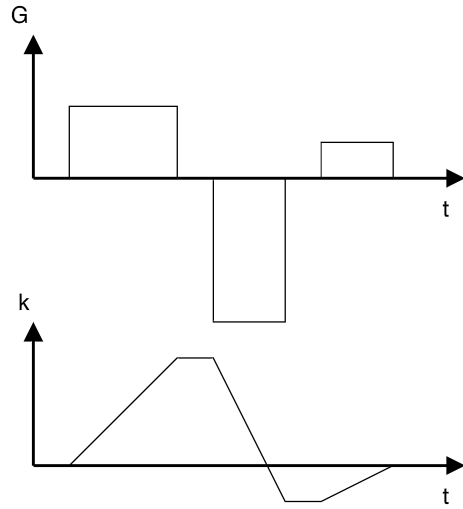


Fig. 5. The relation between G (gradient) and k (spatial frequency). This relation can be seen as time-integral, area under the curve, or velocity-distance relation.

その場所で止まる。つまり、傾斜磁場強度を速度、 (k_x, k_y) を位置と読み替えると、傾斜磁場によってつくられる波の空間周波数の状態を、 k -空間内の点の動きとして表すことが可能となる。

画像再構成と k-空間

次に k -空間上のデータと求める MR 画像の関係を見ていくことにする。 k -空間データは raw data とも言われ、MR 信号を k -空間上に並べたものである。このデータを画像再構成処理によって最終的な画像にする。画像が存在するのは通常の空間で、 X と Y を軸とする。 k -空間データは k_x と k_y を軸とする k -空間にあり、 k_x と k_y は空間周波数を表すが、この二つのデータは同じものを異なる座標軸で表したものであって、計算によって相互に変換が可能である。この変換はフーリエ変換と呼ばれる。

k -空間上の位置は空間周波数を表すので、原点付近、つまり k_x および k_y の値が小さい部

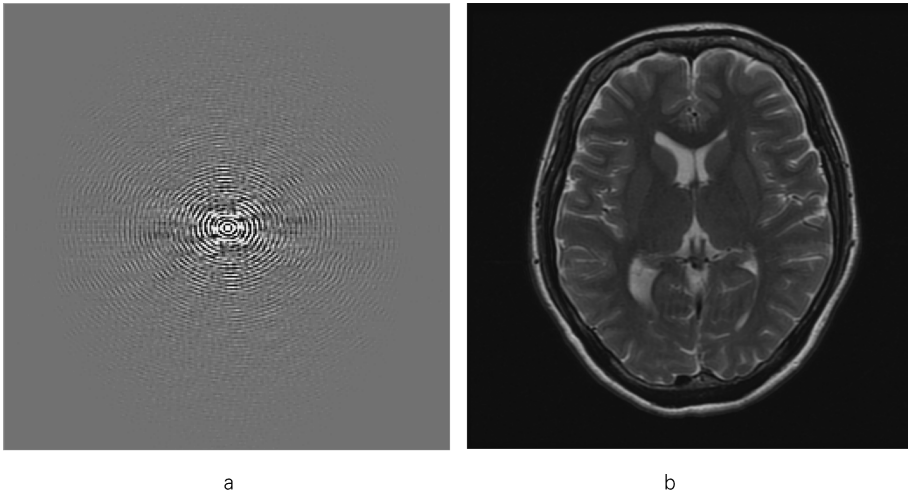


Fig. 6. (a) The k-space data. (b) Reconstructed image.

分は空間的にゆっくり変化する成分、つまりおおまかな構造を表す成分が存在しており、反対に k-空間の周辺部分、つまり k_x および k_y の大きい部分ではこまかい構造を表す成分が存在している (Fig. 6).

MR 信号と k-空間

傾斜磁場から見た k-空間、および画像再構成から見た k-空間はかなり異質に見えるが実は同じものであり、MR 信号を通してつながっている。k-空間データは対象画像を空間周波数成分に分解して表したもので、k-空間の各点是对象画像の (k_x, k_y) で表される空間周波数成分の量を表している。一方、k-軌跡がある瞬間において点 (k_x, k_y) を通るということは、その瞬間には対象の上には (k_x, k_y) で表される MR 信号の位相の波が存在するというものであり、その瞬間の MR 信号は、その状態で全ての磁化ベクトルからの信号を足し合わせたものである。これは実は数学的に対象画像のその周波数成分の量を求める計算そのものであって、MR 画像法というのは空間画像を周波数成分に分解する計算を物理的に行っていることにな

る。

画像を再構成するには k-空間上で、ある決まった範囲のデータを一様に埋める必要がある。MR 画像法のパルスシーケンスはこの範囲をくまなく走査するような k-軌跡を描き、その k-空間上の位置に応じて得られたデータを k-空間に並べていく。データがすべて揃ったところでフーリエ変換により空間周波数を通常の空間に変換することで最終的な画像が得られる。

パルスシーケンスと k-空間

最後に、実際のパルスシーケンスと、k-軌跡の関係を簡単に見てみる (Fig. 7)。できるだけ単純なシーケンスということで、2D グラジエントエコー法を例にとることにする。まず、スライスの選択をするが、これは Z 軸の傾斜磁場をかけながら RF 照射を行うことで実現する。Z 軸の傾斜磁場によって磁場強度が Z 軸方向に変化し、場所によって共鳴周波数が変わることになるため、実際に照射される RF 波の周波数と一致する箇所だけが選択的に励起される。

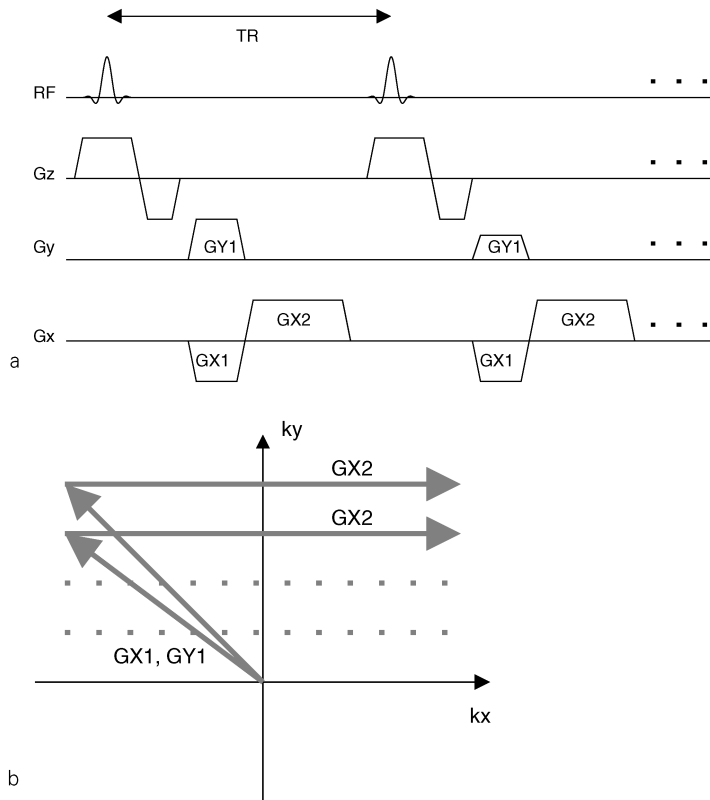


Fig. 7. (a) A pulse sequence (a gradient echo sequence). (b) The k-trajectory corresponding to the pulse sequence.

励起直後では横磁化の位相はそろっているため、k-軌跡はk-空間の原点からスタートする。まずGX1の部分によってkx方向に半分戻り、次にGY1の部分でY軸方向に少し移動する。その後GX2の部分でデータを取りながらk-空間をX方向に移動する。TR時間だけ待った後、励起を繰り返して次のデータを取得するが、この時GY1の強さを変えることで、毎回Y軸方向に異なる場所のデータを取ることができる。

GX2の部分は通常周波数エンコードと呼ばれ、GY1の部分は位相エンコードと呼ばれている。周波数エンコードは比較的理解が容易であるが、位相エンコードを直感的に理解することは難しい。k空間を使えば周波数エンコード

とか位相エンコードとかを意識することなく、単にk-軌跡という一つ概念だけを使って理解することができる。逆にスパイラル等の特殊なk-軌跡を使う画像法をk-空間を使わずに理解するのはほぼ不可能に近いと言える。

k-空間データ全体を時間的にどういう順序で取得するかというのもk-空間を使うと理解しやすい (Fig. 8)。ここではky方向にデータを端から順にとっていく方法を示しているが、ダイナミックMRI等では位相エンコードの順序を変えて中心部分を先にとる方法もよく使われる。

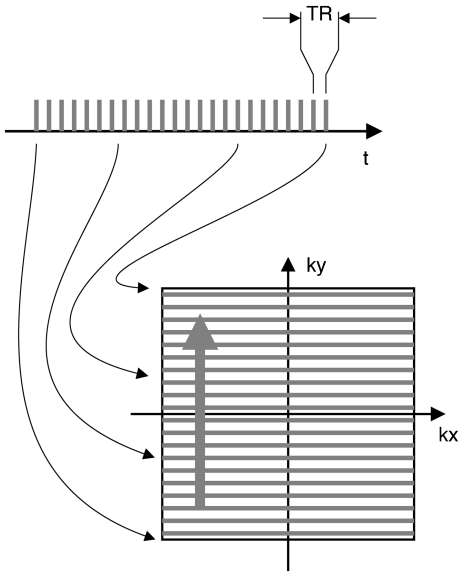


Fig. 8. The time relation between data acquisition and the k-space data. The upper figure shows a gradient echo sequence for one slice. In this case, the acquired data are filled in the k-space in the same order as the time course (sequential order).

まとめ

傾斜磁場によって横磁化の位相に空間的に変

化する波が形作られる。この波は方向と、波の細かさによって特徴付けられるが、これは (k_x, k_y) で表される空間中の点として表すことができる。この空間を k-空間と呼ぶ。MRI のパルスシーケンスによって作られる位相分布の形状はこの k-空間中の軌跡として表すことができ、この軌跡は傾斜磁場の波形から直接計算できる。また、MR 信号は k-軌跡のその瞬間の k-空間中の位置に対応した空間周波数成分の量となっている。MRI のパルスシーケンスはこの k-軌跡が k-空間をまんべんなく走査するように設計されており、得られた MR 信号を k-軌跡に従って並べ替えた後、逆フーリエ変換することで画像が得られる。

文献

- 1) Twieg DB: The k-trajectory formulation of the NMR imaging process with applications in analysis and synthesis of imaging methods. Med Phys 1983 ; 10 : 610-621

Introduction to the k-space

Koichi OSHIO

*Department of Diagnostic Radiology, Keio University School of Medicine
35 Shinanomachi, Shinjuku-ku, Tokyo 160-8582*

The concept of k-space underlies the graphic and intuitive interpretation of magnetic resonance (MR) imaging techniques. The MR signal represents the spatial frequency content of the object and the spatial frequency corresponding to each data point is calculated as the time integral of the gradient field, which can be seen as a point in the frequency space (k-space); and a trajectory in this space is defined by the pulse sequence (k-trajectory). The acquisition of MR imaging data is a process in which the spatial frequency content of the object is sampled in the k-space along the k-trajectory.