ノート

多核種のMR検出感度表

入口紀男

シーメンス旭メディテック株式会社

緒　　言

何らかの問題の解決に向けて磁気共鳴（MR）が実際に使えるかどうかを決定する大きな要因は，共鳴にあずかる核スピンの検出感度である．例えば，プロトン（^{1}H）は，共鳴周波数が高いこと，天然同位体比が1に近いことで有利な核種であり，広く測定がおこなわれている．

さて，核スピンの数が同じであるとき，MRの検出感度は$\gamma\,\omega_0{}^2\,I\,(I+1)$に比例するものと考えられている．ここで，$\gamma$は核スピンの磁気回転比（単位 radT^{-1}s^{-1}），ω_0は共鳴角周波数（単位 rad），Iはスピン量子数である．このことは，角周波数ω_0が一定であるとき，検出の感度が$\gamma\,I\,(I+1)$に比例すると考えられていることを示している．また，静磁場の強度または磁束密度をB_0とすると，

$$\omega_0 = \gamma\,B_0 \qquad [1]$$

であることから，検出感度は$\gamma^3\,I\,(I+1)\,B_0{}^2$に比例することになる．すなわち，磁場強度$B_0$が一定であるとき，検出感度は$\gamma^3\,I\,(I+1)$に比例することになる．そこで，同数の核スピンの示す検出感度は，^{1}Hの場合を1とする相対値として表示することが行われている．例えば，スピン量子数は，^{1}Hも^{13}Cも1/2と同じであるが，磁気回転比γ（単位 10^{7}radT^{-1}s^{-1}）は，^{1}Hは26.75で，一方^{13}Cは6.73である．すると，$(6.73/26.75)^3 = 1.59\times10^{-2}$であるから，磁場強度が一定であるとき，^{13}Cは^{1}Hに比較して検出感度が1.59%であることになる．同様にして，^{2}Hは^{1}Hに比較して検出感度が0.97%であると考えられている．現在，このようにして，磁気共鳴医学に限らず，化学，物理学，等の分野においても，核スピンの相対感度表が作成され，国内また海外で，使用されている．

果たして本当に，^{13}Cは^{1}Hに比較して1.59%の検出感度しか有しないのであろうか．また，^{2}Hは^{1}Hに比較して0.97%の検出感度しか有しないのであろうか．一方で，^{13}Cや^{2}Hにかかわらず，多核種のMRスペクトロスコピーおよびイメージングが広く行われるようになった今日，多核種の検出感度が従来考えられている値よりも現実には2～3倍あるいは数倍大きいと実感された方々が少なくないのではなかろうか．そこでこのノートは，MR信号強度の由来と雑音強度の由来を理論的にもう一度整理し，特にD. I. HoultとP. C. Lauterburによってプロトンの信号雑音比について導かれた理論式を多核種に拡張して一般式として提示し，そのうえで，多核種の検出感度表を提供するものである．

キーワード　SNR (signal-to-noise ratio), γ (magnetogyric ratio), I (spin quantum number)

コイルの誘導起電力

あるコイルに単位電流を流して得られるRF磁場を $\mathbf{B}_I$とする．一方，静磁場 $\mathbf{B}_0$の中である被検体が磁場 $\mathbf{B}_I$に照射されるとき，その被検体の単位体積に含まれる核スピンの歳差運動によって，そのコイルに誘導される起電力は，次式で表される[1)]．

$$\xi_S = -(\partial / \partial t)(\mathbf{B}_I \cdot \mathbf{M}_0) \qquad [2]$$

$\mathbf{M}_0$は，被検体の単位体積あたりの磁化のベクトルであり，$\mathbf{B}_I$とともに静磁場 $\mathbf{B}_0$に対して垂直をなしている．一方，磁化のベクトルの大きさは，次式で表される．

$$\mathbf{M}_0 = \frac{n \gamma^2 \hbar^2 I(I+1)\ B_0}{3k\ T_s} \qquad [3]$$

n は共鳴にあずかる単位体積あたりの核スピンの数，k はボルツマン定数，T_sは被検体の絶対温度である．誘導起電力は，被検体の微小体積 dV については，

$$d\ \xi_S = \omega_0 \int_v B_I M_0\, dV \qquad [4]$$

と表される．B_Iが被検体の全体積 V について一様であるときは，

$$\xi_S = \frac{\omega_0{}^2\ n\ \gamma \hbar^2 I(I+1)}{3k\ T_s} B_I V \qquad [5]$$

となる．

従来の検出感度表は，［5］に定数を代入して作成されたものである．このように誘導起電力 ξ_Sは，それぞれの核スピンに固有の値を反映している．しかしながら，磁気共鳴信号として我々に検出される場合の感度は，誘導起電力 ξ_Sそれ自体ではない．それは，誘導起電力 ξ_Sに雑音が伴っているからである．

雑　　音

電子の熱運動による雑音の実効値 ξ_Nは，Johnson の式によって次の様に表される[1)]．

$$\xi_N = (4k\ T_S\ \Delta f\ R)^{1/2} \qquad [6]$$

Δf は受信の帯域幅であり，R は「コイル系の抵抗値」である．「コイル系の抵抗値」とは，次のような意味を持っている．すなわち，被検体が導電性を有するとき，被検体には熱雑音電流が誘導され，コイルによって検出される[2)]．また，コイルと被検体との間に浮游容量が介在するとき，電気力線が高周波で被検体を貫き，誘電雑音を惹起する．これらはいずれも熱損失となる[3)]．コイル自体の抵抗 R_cは，コイルの設計によって小さくされ得る．また，誘電損失抵抗 R_dは，コイルの設計を工夫することによって，極めて小さくされ得る[2)~4)]．一方，誘導損失抵抗 R_iは，コイルの設計によっては小さくされ得ない本質的なものである[2)~5)]．

$$R = R_c + R_i \qquad [7]$$

コイル自体の抵抗 R_cは $\sqrt{\omega_0}$に比例し，誘導損失抵抗 R_iは $\omega_0{}^2$に比例する[2)]．

信号雑音比（SNR）

信号雑音比（signal-to-noise ratio, SNR）ϕ は，誘導起電力 ξ_Sを雑音の実効値 ξ_Nで除して表される．

$$\phi = \frac{\omega_0{}^2\ \gamma\ I(I+1)}{(\alpha\ \sqrt{\omega_0} + \beta\ \omega_0{}^2)^{1/2}} \qquad [8]$$

α，β は，定数である（付記を参照）．この式は，様々な核種の受信の帯域幅 Δf の単位あたりの信号雑音比を表すものである．従来の検出感度表は，この式の分子のみが反映されていたのにほかならない．

1991年11月 9 日受理　1992年 4 月10日改訂
別刷請求先　〒141　東京都品川区西五反田 2 丁目11-20　シーメンス旭メディテック株式会社　入口紀男

損失がない時の SNR

被検体に損失がないとき，すなわちコイルの設計が最適化され，かつ被検体の誘電性が小さくまたは低周波で実験が行われているとき，

$$R \simeq R_c \qquad [9]$$

このとき信号雑音比は次のように表される．

$$\phi \propto \gamma\ \omega_0^{7/4}\ I(I+1) \qquad [10]$$

この式は，［8］で $\beta=0$ とおいて求められる．すなわち，被検体からの雑音がないとみなしての式である．

被検体に損失がないとき，［10］より，周波数が一定であれば，信号雑音比は $\gamma I(I+1)$ に比例するといえる．また，［10］と［1］より，

$$\phi \propto \gamma^{11/4}\ I(I+1)\ B_0^{7/4} \qquad [11]$$

すなわち，磁場強度が一定であるとき，信号雑音比は $\gamma^{11/4}\ I(I+1)$ に比例する．

損失がある時の SNR

被検体が前述のように生体などの導電体であるとき，または前述のように周波数が高いとき，被検体には熱雑音損失が発生する．生体の多核種の MR には超伝導磁石を用いた高周波装置が使われることが多いが，その殆どの場合はこれに該当する．すなわち，コイルの設計が最適化され，導電損失が極小化されたときでも，誘導損失は残存する．

$$R \simeq R_i \qquad [12]$$

このとき信号雑音比は次のように表される．

$$\phi \propto \gamma\ \omega_0\ I(I+1) \qquad [13]$$

この式は，［8］で，$\alpha=0$ とおいて求められる．すなわち，コイル自体からの雑音がないとみなしての式である．

被検体に損失があるときも，［13］より，周波数が一定であれば，信号雑音比は $\gamma I(I+1)$ に比例するといえる[6]．また，［13］と［1］より，

$$\phi \propto \gamma^2\ I(I+1)\ B_0 \qquad [14]$$

すなわち，磁場強度が一定であるとき信号雑音比は $\gamma^2\ I(I+1)$ に比例する．

多核種の検出感度表

表は，［10］，［11］および［13］，［14］を用いて，それぞれの場合に多核種の信号雑音比（SNR）を検出感度としてまとめたものである．lossless とは，被検体に損失がない場合（$\beta=0$ の場合）の値であり，信号雑音比の上限値を表す．Lossy とは，前述のように被検体の損失が大きい場合（$\alpha=0$ の場合）の値である．磁場強度 B_0 が一定であるとき，例えば，^{13}C の検出感度は ^{1}H に比較して，従来のように 1.59％ではなく，被検体に損失がないときは 2.25％，損失があるときは 6.33％にも達することになる．また，^{2}H の検出感度は ^{1}H に比較して，従来の 0.97％ではなく，被検体に損失がないときは 1.54％，損失があるときは 6.30％もあることになる．磁気共鳴医学において，後者すなわち被検体に損失が有るときの SNR は重要であろう．なぜなら，被検体が生体である場合，とくに装置が超伝導磁石を用いたもので共鳴周波数が高く，フィリングファクターが極端に小さくない場合の殆どがこれに該当するからである．共鳴周波数が極端に高い場合，例えば ^{13}C の実験で 6 テスラを超える場合，生体など被検体によっては，周波数と共に比抵抗が低下するものがあり，個々に補正が必要である[7]．ノートでは，コイルと被検体を本質的な雑音源ととらえており，プリアンプおよびそれ以降のシステムノイズについては全く触れていない．また，検出を行う上での個々の条件としての，quadrature detection，デカプリング，核 Overhauser 効果，INEPT（intensive nuclei enhanced by polarization trans-

Table 1. The relative sensitivity of several nuclei to that of protons

Nucleus	I *	γ **	SNR ϕ at a given frequency	SNR ϕ at a given field	
				Lossless samples	Lossy samples
			$\gamma I(I+1)$	$\gamma^{11/4} I(I+1)$	$\gamma^2 I(I+1)$
^{1}H	1/2	26.75	1	1	1
^{19}F	1/2	25.2	0.942	0.849	0.887
^{31}P	1/2	10.8	0.404	0.0826	0.163
^{7}Li	3/2	10.4	1.94	0.372	0.756
^{23}Na	3/2	7.08	1.32	0.129	0.350
^{13}C	1/2	6.73	0.252	0.0225	0.0633
^{127}I	5/2	5.35	2.33	0.140	0.467
^{2}H	1	4.11	0.410	0.0154	0.0630
^{17}O	5/2	−3.63	1.58	0.0480	0.215
^{15}N	1/2	−2.71	0.101	0.00184	0.0103
^{14}N	1	1.93	0.192	0.00193	0.0139

*　Spin quantum number

**　Magnetogyric ratio ($10^7 radT^{-1}s^{-1}$)

fer）等の効果は考慮していない．

付　　記

対象となるスピンの存在量と縦緩和時間が与えられるとき，定数αは，コイルの形状と材質，寸法，温度によって，また，定数βは，被検体の導電率と寸法，温度によって決まる．例えば，対象となるスピンの存在量が0.111 mol，縦緩和時間が0.1秒であるとき，長さ25 cm，直径25 cmの寸法で，直径2 cmの純銅管6巻でできたソレノイド型コイルの例では，20°Cにおいて，$\alpha=7.5\times10^{36}$である．また，生体の比抵抗0.85 Ωmにおよそ近い，37°Cにおける100 mMのNaCl溶液で直径が0.18 mの球状被検体の例では，$\beta=2.5\times10^{26}$である．同ソレノイド型コイルにおいては，周波数$f_0=1.5$ MHzのときコイル自体の抵抗R_cと誘導損失抵抗R_iとはほぼ等しいが，周波数f_0がこれより大きい場合，例えば$f_0=5$ MHzでは，R_iがR_cより約6倍大きく，$f_0=10$ MHzでは，約16倍大きくなる．また，コイルがslotted円筒型[4]で直径が0.25 m，有効長が0.25 mのものの例では，前記と同条件で，$\alpha=2.2\times10^{38}$，$\beta=3.0\times10^{26}$であり，周波数$f_0=13$ MHzでコイル自体の抵抗R_cと誘導損失抵抗R_iとはほぼ等しく，$f_0=60$ MHzではR_iがR_cより約10倍大きい．

文　　献

1) Hoult D I, Richards R E : The signal-to- noise ratio of the nuclear magnetic resonance experiment. J Magn Reson, 24 : 71-85, 1976.
2) Hoult D I, Lauterbur P C : The sensitivity of the zeugmatographic experiment involving human samples. J Magn Reson, 34 : 425-433, 1979.
3) Gadian D G , Robinson F N H : Radiofrequency losses in NMR experiments on electrically conducting samples. J Magn Reson, 34 : 449-455, 1979.
4) Alderman D W, Grant D M : An efficient decoupler coil design which reduces heating in conductive samples in superconducting spectrometers. J Magn Reson, 36 : 447-451, 1979.

5) Edelstein W A, Glover G H, Hardy C J et al. : The intrinsic signal-to-noise ratio in NMR imaging. Magn Reson Med, 3 : 604-618, 1986.
6) 入口紀男：多核種の MRS 技術，CSI 技術の進歩と臨床応用領域．日本臨床，49 : 1640-1644, 1991.
7) Foster T H : Tissue conductivity modifies the magnetic resonance intrinsic signal-to-noise ratio at high frequencies. Magn Reson Med, 23 : 383-385, 1992.

Table of Sensitivity of Various Nuclei in MR Experiments

Norio IRIGUCHI

Siemens-Asahi Medical Technologies Limited
11-20 Nishigotanda 2-chome, Shinagawa-ku, Tokyo 141

On the basis of formulae given by D. I. Hoult and P. C. Lauter (J Magn Res, 34 : 425–433, 1979), an equation for the signal-to-noise ratio (SNR) of various nuclei is explicitly exhibited.

At a given resonance frequency, the SNR is proportional to $\gamma\ I(I+1)$, where γ is the magnetogyric ratio and I is the spin quantum number.

At a given magnetic field, it is proprtional to $\gamma^{11/4}\ I(I+1)$ for lossless or non-conductive samples and $\gamma^2\ I(I+1)$ for lossy samples. A table of the relative sensitivity of several nuclei to that of protons is presented.